



T.C.  
OSMANIYE KORKUT ATA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ahmet TUĞRALI

YÜKSEK MERTEBEDEN II. TİP CHEBYSHEV  
POLİNOMLARI YAKLAŞIMI İLE BİR  
BOYUTLU TRANSPORT DENKLEMİNİN  
DİFÜZYON MESAFESİ PROBLEMİ İÇİN  
ÇÖZÜMÜ

FİZİK ANABİLİM DALI

OSMANIYE – 2021

**T.C.  
OSMANIYE KORKUT ATA ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**YÜKSEK MERTEBEDEN II. TİP CHEBYSHEV  
POLİNOMLARI YAKLAŞIMI İLE BİR BOYUTLU  
TRANSPORT DENKLEMİNİN DİFÜZYON MESAFESİ  
PROBLEMİ İÇİN ÇÖZÜMÜ**

**Ahmet TUĞRALI**

**FİZİK  
ANABİLİM DALI**

**OSMANIYE  
AĞUSTOS-2021**

## TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, bu çalışma sonucunda elde edilmeyen her türlü bilgi ve ifade için ilgili kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını ve bu tezin Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlandığını bildiririm.

Ahmet TUĞRALI



## ÖZET

### YÜKSEK MERTEBEDEN II. TİP CHEBYSHEV POLİNOMLARI YAKLAŞIMI İLE BİR BOYUTLU TRANSPORT DENKLEMİNİN DİFÜZYON MESAFESİ PROBLEMİ İÇİN ÇÖZÜMÜ

Ahmet TUĞRALI  
Yüksek Lisans, Fizik Anabilim Dalı  
Danışman: Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK

Ağustos 2021, 68 sayfa

Bu çalışmada, tek boyutlu nötron transport denkleminin difüzyon mesafesi problemi için çözümü incelenmiştir. İzotropik saçılmalı ve kaynağın olmadığı homojen bir dilimde tek hızlı nötronların difüzyon mesafeleri, önce geleneksel Legendre polinomları ( $P_N$ ) yönteminin ve ardından ikinci tip Chebyshev polinomları ( $U_N$ ) yönteminin yüksek mertebeden yaklaşımları kullanılarak nümerik olarak hesaplanmıştır. Bu amaçla, tek boyutlu transport denklemi türetildikten sonra her iki yöntemin yüksek mertebeden moment denklemleri elde edilmiştir. Daha sonra, bulunan moment denklemleri birlikte çözülmüş ve her yaklaşım mertebesi için sabit katsayılı lineer diferansiyel denklemler elde edilmiştir. Son olarak, sonuçta ortaya çıkan her diferansiyel denkleme karşılık gelen karakteristik denklemlerin en küçük kökünün tersi alınarak çeşitli saçılma parametreleri için nötronların difüzyon mesafeleri hesaplanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:**  $P_N$  Yöntemi,  $U_N$  Yöntemi, Difüzyon Mesafesi

## ABSTRACT

### SOLUTION OF THE ONE-DIMENSIONAL TRANSPORT EQUATION FOR DIFFUSION LENGTH PROBLEM WITH HIGHER ORDER APPROXIMATION OF THE CHEBYSHEV POLYNOMIALS OF SECOND KIND

Ahmet TUĞRALI  
Master of Science, Department of Physics  
Supervisor: Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK

July 2021, 68 pages

In this study, solution of the one-dimensional neutron transport equation has been investigated for the diffusion length problem. The diffusion lengths of one-speed neutrons in a homogeneous slab with isotropic scattering and without source have been computed numerically using higher order approximations of first the traditional Legendre polynomials ( $P_N$ ) method and then the Chebyshev polynomials of second kind ( $U_N$ ) method. For this purpose, higher order moments of equations of both methods have been obtained after deriving the one-dimensional transport equation. Then, so derived equations of moments have been solved together and linear differential equations with constant coefficients have been obtained for each order of approximations. Finally, diffusion lengths of the neutrons have been computed for various scattering parameters by taking the inverse of the smallest root of the characteristic equation corresponding to each resultant differential equation.

**Key Words:**  $P_N$  method,  $U_N$  method, Diffusion Length

## TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans tez konumun belirlenerek tez çalışmamın yürütölmesini üstlenen, çalışmalarım süresince değerli bilgi ve tecrübeleriyle katkılarını esirgemeyen danışman hocam Sayın Prof. Dr. Hakan ÖZTÜRK'e teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca bölümdeki çalışmalarım süresince beni destekleyen eşim Şerife TUĞRALI'ya, ve yüksek lisans arkadaşım Büşra DURMAZ'a çok teşekkür ederim.



# İÇİNDEKİLER

TEZ ONAYI	
TEZ BİLDİRİMİ	
ÖZET.....	i
ABSTRACT .....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER .....	iiiv
ÇİZELGELER DİZİNİ .....	v
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vi
SİMGELER ve KISALTMALAR .....	vii
1. GİRİŞ .....	1
1.1 Enerji .....	3
1.2 Nükleer Enerji.....	4
1.3 Nükleer Enerji Santralleri .....	5
1.4 Reaktör Fiziği .....	7
1.4.1 Nötron Nükleer Reaksiyonları .....	8
1.4.2 Nötron Elastik Saçılması .....	9
1.4.3 Nötron Emilimi.....	10
1.4.4 Nötron Emisyonu.....	11
1.4.5 Nükleer Fisyon .....	12
1.4.6 Nötron Tesir Kesiti .....	13
1.4.7 Nötron Transport Teorisi .....	13
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR .....	14
3. MALZEME VE YÖNTEM .....	21
3.1. Nötronların Yayınımı ve Fick Yasası .....	21
3.2. Süreklilik Eşitliği ve Sınır Koşulları.....	23
3.3. Difüzyon Denklemi .....	25
3.4. Nötron Transport Denklemi.....	27
3.5. Difüzyon Mesafesi: Yüksek Mertebeden $P_N$ yaklaşımı.....	31
3.6. Difüzyon Mesafesi: Yüksek Mertebeden $U_N$ Yaklaşımı.....	38
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	45
5. SONUÇ.....	61
KAYNAKLAR .....	64
ÖZGEÇMİŞ .....	64

## ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. $P_N$ yöntemi kullanılarak $0,00 \leq c \leq 0,99$ için elde edilen difüzyon mesafeleri .....	49
Çizelge 4.2. $U_N$ yöntemi kullanılarak $0,00 \leq c \leq 0,99$ için elde edilen difüzyon mesafeleri .....	51
Çizelge 4.3. $P_N$ yöntemi kullanılarak $1,01 \leq c \leq 2,00$ için elde edilen difüzyon mesafeleri .....	53
Çizelge 4.4. $U_N$ yöntemi kullanılarak $1,01 \leq c \leq 2,00$ için elde edilen difüzyon mesafeleri .....	55
Çizelge 4.5. $P_N$ ve $U_N$ yöntemleri ile $0,00 \leq c \leq 0,99$ için elde edilen difüzyon mesafelerinin literatürdeki değerlerle karşılaştırılması .....	57
Çizelge 4.6. $P_N$ ve $U_N$ yöntemleri ile $1,01 \leq c \leq 2,00$ için elde edilen difüzyon mesafelerinin literatürdeki değerlerle karşılaştırılması .....	59

## ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1 Nükleer Santrallerin Çalışma Sistemi.....	5
Şekil 3.1. Nötron transportunun olası şeması.....	28
Şekil 4.1. $P_N$ yöntemi kullanılarak $0,00 \leq c \leq 0,99$ için elde edilen difüzyon mesafeeleri .....	50
Şekil 4.2. $U_N$ yöntemi kullanılarak $0,00 \leq c \leq 0,99$ için elde edilen difüzyon mesafeleri .....	52
Şekil 4.3 $P_N$ yöntemi kullanılarak $1,01 \leq c \leq 2,00$ için elde edilen difüzyon mesafeleri .....	54
Şekil 4.4. $U_N$ yöntemi kullanılarak $1,01 \leq c \leq 2,00$ için elde edilen difüzyon mesafeleri .....	56
Şekil 4.5. $P_N$ ve $U_N$ yöntemleri ile $0,00 \leq c \leq 0,99$ için elde edilen difüzyon mesafelerinin literatürdeki değerlerle karşılaştırılması.....	58
Şekil 4.6. $P_N$ ve $U_N$ yöntemleri ile $1,01 \leq c \leq 2,00$ için elde edilen difüzyon mesafelerinin literatürdeki değerlerle karşılaştırılması.....	60

## SİMGELER ve KISALTMALAR

$T_N(x)$	Birinci tip Chebyshev polinomları	(-)
$U_N(x)$	İkinci tip Chebyshev polinomları	(-)
$\Omega'$	Nötronun çarpışmadan önceki hızı yönündeki birim vektör	(-)
$\Omega$	Nötronun çarpışmadan sonraki hızı yönündeki birim vektör	(-)
$\psi(x, \mu)$	Açısal nötron akısı	(-)
$\mu_0 = \Omega \cdot \Omega'$	Saçılma açısının kosinüsü	(-)
$\Phi(x)$	Nötron skaler akısı	(nötron/cm <sup>2</sup> s)
$k_B$	Boltzmann sabiti	( $1,38 \times 10^{-23}$ J/K)
$c$	Çarpışma başına açığa çıkan ortalama ikincil nötron sayısı	(-)
$\sigma_T$	Makroskobik toplam tesir kesiti	(1/cm)
$\sigma_S$	Saçılma tesir kesiti	(-)
$\sigma_a$	Absorbsiyon tesir kesiti	(-)
$\sigma_e$	Esnek çarpışma tesir kesiti	(-)
$\sigma_{in}$	Esnek olmayan çarpışma tesir kesiti	(-)
$\sigma_\gamma$	Işımsal yakalama tesir kesiti	(-)
$\sigma_f$	Fisyon tesir kesiti	(-)
$N$	Birim yoğunluktaki çekirdek sayısı (çekirdek/cm <sup>3</sup> )	(-)
$\tau$	Ortalama serbest yol	(cm)
$n$	Hedefe çarpan toplam nötron yoğunluğu	(nötron/cm <sup>3</sup> )
$J$	Net nötron akımı	(nötron/cm <sup>2</sup> s)
$D$	Difüzyon katsayısı	(cm)
$L$	Difüzyon mesafesi	(cm)
$\delta_{n,m}$	Kroniker delta fonksiyonu	(-)
$\Phi_n(x)$	Skaler nötron akısı	(-)
$\Sigma_s^i$	Elastik saçılma mikroskobik tesir kesiti	(-)
$\Sigma_a^i$	Yutma (absorbsiyon) mikroskobik tesir kesiti	(-)
$\Sigma_{in}^i$	İnelastik saçılma mikroskobik tesir kesiti	(-)
$\Sigma_f^i$	Fisyon tesir kesiti	(-)
$N_i(\mathbf{r})$	Çekirdek yoğunluğu	(-)
$\Sigma^i(\mathbf{u})$	Toplam mikroskobik tesir kesiti	(-)
$d$	Ekstrapolasyon (uzatılmış) mesafe	(-)

$\nabla^2$	Laplace operatörü	(-)
$\Sigma_i$	<i>i</i> reaksiyonu için mikroskopik tesir kesiti	(-)



## 1. GİRİŞ

Fiziksel dünya çeşitli atom altı veya temel parçacıkların kombinasyonlarından oluşur. Bunlar maddenin en küçük yapı taşlarıdır. Karanlık madde dışındaki tüm maddeler, kendileri atomlardan oluşmuş moleküllerden oluşur. Atomlar, elektrik yüklü parçacıkların salınımı olmadan bölünebilen normal maddenin en küçük bileşenleridir. Atomlar bir atom çekirdeği ve bir elektron bulutu olmak üzere iki kısımdan oluşur. Elektronlar atom çekirdeğinin etrafında dönmektedir. Çekirdeğin kendisi genellikle protonlardan ve nötronlardan oluşmaktadır, ancak bunlar bile kompozit nesnelere sahiptir.

Atomlarla ilgilenen bilim atom fiziği denir. Atom fiziği, bir çekirdek ve elektronlardan oluşan bir sistem olarak atomla ilgilenir. Nükleer fizik, nükleonlardan (protonlar ve nötronlar) oluşan bir sistem olarak atomun çekirdeğiyle ilgilenir.

Atom fiziği, atomları izole bir elektron sistemi ve atom çekirdeği olarak inceleyen fizik alanıdır. Öncelikle, çekirdeğin etrafındaki elektronların düzenlenmesi ve bu düzenlemelerin değiştiği süreçlerle ilgilenir. Bu, iyonları ve nötr atomları içerir ve aksi belirtilmedikçe, bu tartışmanın amaçları için atom teriminin iyonları içerdiği varsayılmalıdır. Atom fiziği ayrıca moleküllerin fiziğini anlamaya yardımcı olur, ancak moleküllerin fiziksel özelliklerini tanımlayan moleküler fizik de vardır.

Her katı, sıvı, gaz ve plazma nötr veya iyonize atomlardan oluşur. Atomun kimyasal özellikleri, protonların sayısı, elektronların sayısı ve düzeniyle belirlenir. Bu elektronların atomun etrafındaki dizilimleri kuantum mekaniğinin prensiplerini belirler. Her elementin elektron kabuklarındaki, özellikle en dış değerlik kabuğundaki elektron sayısı, kimyasal bağlanma davranışını belirlemede birincil faktördür. Periyodik tabloda elementler artan atom numaralarına göre listelenir.

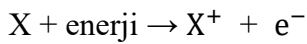
Bir atom çekirdeğindeki toplam proton sayısına atomun atom numarası (veya proton numarası) denir ve Z sembolü ile gösterilir. Elektriksel olarak nötr bir atomdaki elektron sayısı çekirdekteki proton sayısı ile aynıdır.

Bu nedenle çekirdeğin toplam elektrik yükü  $+Ze$ 'dir, burada  $e$  (temel yük veya elektronun yükü)  $1,602 \times 10^{-19}$  Coulomb'a eşittir. Her elektron, atomdaki pozitif nükleer yük ve diğer  $(Z - 1)$  negatif elektronların ürettiği elektrik alanlarından etkilenir.

Bir atomdaki elektronların, hepsi zemin durumunda yoğunlaşmak yerine farklı enerji seviyelerine dizilirler. Çok elektronlu atomların taban durumunda elektronların sıralanması, en düşük enerji durumu (taban durumu) ile başlar ve atomun elektronlarının her birine benzersiz bir kuantum sayıları seti atanana kadar enerji ölçeğinde aşamalı olarak hareket eder. Bu durumun, elementlerin periyodik tablosunun oluşturulması için önemli sonuçları vardır.

Bir atom çekirdeğindeki toplam proton ve nötron sayısına atomun atomik kütle numarası denir ve  $A$  sembolü ile gösterilir. Kütle numarası, bir kimyasal elementin her farklı izotopu için farklıdır. Atomların kütlesi için ölçü birimi atomik kütle birimidir. Birleştirilmiş bir atomik kütle birimi, yaklaşık olarak bir nükleonun (tek bir proton veya nötron) kütlesidir ve sayısal olarak  $1 \text{ g/mol}$ 'e eşdeğerdir.

İyonizasyon potansiyeli olarak da adlandırılan iyonizasyon enerjisi, bir elektronu nötr atomdan koparmak için gerekli enerjidir.



Burada  $X$ , iyonize olabilen herhangi bir atom veya moleküldür;  $X^+$ , elektron çıkarılmış (pozitif iyon) atom veya moleküldür ve  $e^-$  çıkarılan elektrondur. Koparılan her ardışık elektron için bir iyonizasyon enerjisi vardır. Çekirdeği çevreleyen elektronlar oldukça iyi tanımlanmış yörüngelerde hareket eder. Bu elektronların bazıları atomda diğerlerine göre daha sıkı bağlanır.

## 1.1 Enerji

Enerji, fizikte iş yapabilme kapasitesi olarak tanımlanmaktadır. Burada iş yapabilme kapasitesi ile bahsedilen olgu, dünyada yer çekimi kuvvetine karşı bir şeylerin harekete geçmesi, yer değiştirmesidir.

Enerji birçok halde ve birçok biçimde olabilir. Fakat enerjiyi yoktan var edemiyoruz ve var olanı yok edemiyoruz. Sadece bir formdan başka bir forma dönüştürülür. Bu ilke enerjinin korunumu veya termodinamiğin birinci yasası olarak da bilinmektedir. Enerji üretimi (form değişimi) kaynağa göre iki grupta sınıflandırılmıştır. Bunlar yenilenebilir ve yenilenemeyen enerji olarak adlandırılır.

Genellikle temiz enerji olarak ifade edilen yenilenebilir enerji aslında yıllardan beri dünyada var olan doğal kaynakların form değişimleri sonucu elde edilen enerji türüdür. Kaynakların çeşitliliklerine göre isimlendirilmişlerdir. Güneş enerjisi, rüzgâr enerjisi, hidroenerji, biokütle enerjisi, jeotermal enerji, okyanus enerjisi bunlara örnek gösterilebilir. Dünyada enerji ihtiyacının karşılanmasında tüm ülkelerin yöneldiği yöntemler içerisinde yer alan yenilenebilir enerji ülkelerin enerji politikalarını da şekillendirmektedir. Bu durum dünyada nüfus artışı, kentsel gelişim, sanayileşme ile paralel olarak gelişmektedir. Dünya nüfusunun 2040 yılında 1,6 milyar artış ile 9 milyar seviyesine ulaşması beklenmektedir. Enerji talebi ülkelere göre farklılık gösterse de, küresel ölçekte sürekli artış göstermektedir. Bu artışın karşılanmasında ülkeler buldukları coğrafya, stratejik konum, teknolojik gelişim gibi konu başlıklarının etkisinde arayış içerisindeyler.

Ülkemizde de yenilenebilir enerjinin payı yıllar geçtikçe artarak devam etmektedir. TEİAŞ verilerine göre ülkemizde 2006 yılında yenilenebilir enerjiden elde edilen güç 13.144 MW iken 2018 yılında bu sayı 41.642 MW olmuştur. Yenilenemeyen enerji kaynaklarındaki veri 2006 yılında 27.420 MW iken 2018 yılında 46.908 MW olarak görülmektedir.

Yenilenemeyen enerji, tekrarlanmayacak şekilde belirli oranlarda rezervleri olan kaynaklardan elde edilen enerji formudur. Bu kaynakların çoğu fosil kaynaklar olup

geçmişten günümüze gelen kaynaklardır. Fosil yakıtların günümüzde yaygın olarak kullanıldığı kaynaklar kömür, gaz ve petroldür. Kaynakların ısıl işlemler sonrasında açığa çıkan enerji miktarı yeterince fazladır. Isıl işlem sonucunda çevreye etkileri göz önüne alındığında zamanla oldukça olumsuz sonuçlar doğurmaktadır. Yenilenemeyen enerji kaynakları arasında fosil yakıtlar (kaynaklar) dışında nükleer enerji de bu kategoride değerlendirilmektedir. Nükleer enerjinin kendisi yenilenebilir bir enerji kaynağı olsa da nükleer santrallerde kullanılan yakıt yenilenemeyen bir kaynaktır.

Nükleer enerji dünyada elektrik üretiminin ileri gelen türlerinden biridir. Birçok ülke nükleer enerjiye yatırımlarını son yıllarda arttırmıştır. Bu santrallerin bilinenin aksine çevreye verdikleri zarar diğer fosil yakıtlara göre çok daha azdır, hatta yok düzeyindedir. Nükleer santraller çevreye CO<sub>2</sub> başta olmak üzere kirli hava ve sera gazı salınımı yapmazlar. Bu nedenle Kanada gibi bazı ülkeler nükleer enerjiyi yeşil enerji olarak adlandırmaktadırlar.

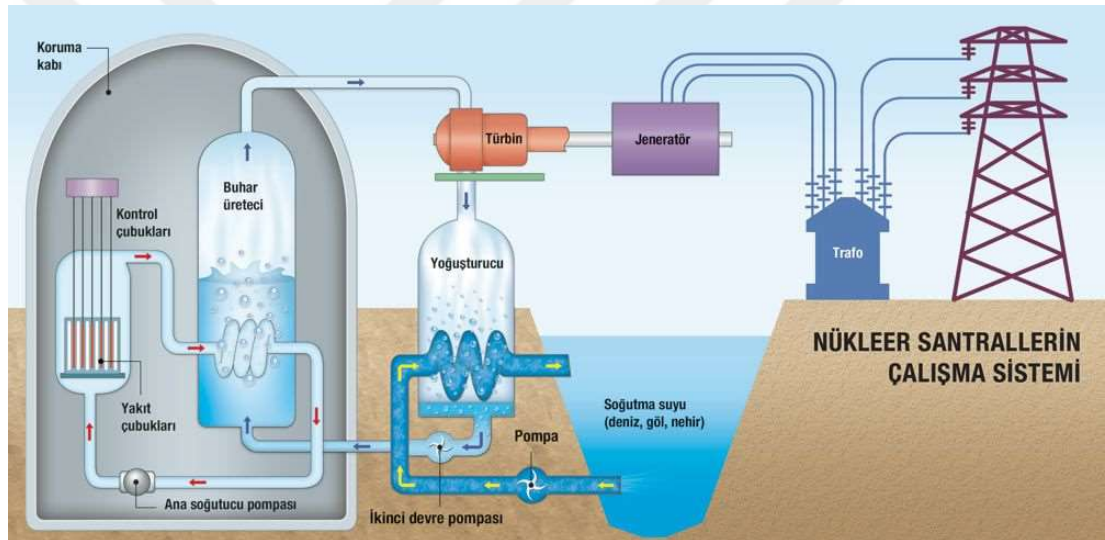
## **1.2 Nükleer Enerji**

Nükleer santrallerde elektrik üretimi ilk defa 3 Eylül 1948'de Amerika Birleşik Devletleri eyaletlerinden olan Tennessee'de bulunan Oak Ridge'deki X-10 grafit reaktöründe üretilmiştir. Bu reaktörde üretilen güç ile bir ampul yakılmıştır. Diğer deney ise 20 Aralık 1951'de yine Amerika Birleşik Devletleri'nde Idaho eyaletine bağlı Arco şehrinde EBT-I deney istasyonunda gerçekleşmiştir. Elektrik şebekesine enerji üreten yani ticari anlamda elektrik üreten ilk nükleer santral 27 Haziran 1954'te Sovyetler Birliği'nin Obninsk kentinde faaliyete geçmiştir. Dünyanın ilk tam ölçekli nükleer elektrik santrali İngiltere'de Calder Hall'de 17 Ekim 1956'da açılmıştır. IAEA verilerine göre günümüz dünyasında nükleer enerji 30 ülkede faal 449 nükleer santral ve 56 yeni santralin yapımı ile devam etmektedir. Dünyada enerji ihtiyacının %11'i nükleer enerjiden karşılanırken, Fransa'da bu oran %75, Rusya gibi bazı ülkeler özelinde bu oran %30'ları bulmaktadır.

### 1.3 Nükleer Enerji Santralleri

Bir nükleer santral istisnalar dışında standart bir termik santral gibi gözükmektedir. Nükleer santraldeki ısı kaynağı nükleer reaktördür. Tüm geleneksel termik santrallerde tipik olduğu gibi, ısı, elektrik üreten bir jeneratöre bağlı bir buhar türbinini tahrik etmek üzere buhar üretmek için kullanılır.

Buhar türbini, tüm termik santrallerin ortak bir özelliğidir. Buhar Türbini, 1884 yılında, ilk modeli 7,5 kW gücünde (10 hp) elektrik üreten bir dinamoya bağlı olan Sir Charles Parsons tarafından icat edilmiştir. Nükleer santralin olağanüstü özelliği, nükleer reaktör ve onun güvenliği ve yardımcı sistemleridir.



Şekil 1.1 Nükleer Santrallerin Çalışma Sistemi

Nükleer santral iki ana binadan oluşmaktadır:

- Koruma kabı (çevreleme binası)
- Türbin binası

Koruma kabı bir nükleer reaktör ve basınçlandırıcısını, reaktör soğutma suyu pompalarını, buhar jeneratörlerini ve kaza durumunda fisyon ürünlerini atmosfere karıştırmayacak diğer ekipman veya boruları barındıran, hava geçirmez bir binadır. Bu tür binalar genellikle çelik betonarmedir. Türbin binası, termal enerjiyi

basınçlandırılmış buhardan jeneratörü çalıştırmak için kullanılan mekanik işlere dönüştürmek için çeviren bir türbin, jeneratör, kondenser (yoğuşturucu) ve diğer ekipmanlara ev sahipliği yapar.

Ayrıca bir soğutma kulesi nükleer enerji santralının bir parçası olabilir, ancak gerekli değildir. Birçok nükleer enerji santrali (kıyı nükleer enerji santrali), soğutma suyunu soğutma kuleleri yoluyla soğutmaz.

Nükleer santrallerin çoğunda ortak olan ana bileşenler şunlardır:

- Nükleer Reaktörler. Bir nükleer reaktör, nükleer santrallerin kilit ekipmanıdır. Nükleer reaktörün temel amacı, devam eden bir nükleer zincir reaksiyonunu başlatmak ve kontrol etmektir.
- Buhar Jeneratörleri. Buhar jeneratörleri, besleme suyunu nükleer reaktör çekirdeğinde üretilen ısıdan buhara dönüştürmek için kullanılan ısı değiştiricileridir. Birincil ve ikincil soğutucu döngüleri arasındaki basınçlı su reaktörlerinde (PWR) kullanılırlar.
- Reaktör Soğutucu Pompaları. Reaktör soğutma suyu pompaları, birincil soğutma sıvısını birincil devre etrafına pompalamak için kullanılır. Bu pompalar güçlüdür, her biri 6 MW'a kadar güç tüketebilirler.
- Buhar Türbini. Bir buhar türbini, basınçlı buhardan termal enerjiyi mekanik enerjiye çevirmek için kullanan cihazdır.
- Güvenlik Sistemleri. Nükleer reaktör güvenlik sistemlerinin temel hedefleri reaktörü kapatmak, kapalı durumda tutmak ve radyoaktif maddenin salınımını önlemektir.

Reaktör güvenlik sistemleri aşağıdakilerden oluşur:

- Reaktör koruma sistemleri
- Temel hizmet suyu sistemi
- Acil çekirdek soğutma sistemleri
- Acil durum güç sistemleri
- Çevreleme sistemleri

Nükleer mühendisliğe göre, reaktör tipleri arasındaki temel farklılıklar nötron enerji spektrumlarındaki farklılıklardan kaynaklanmaktadır.

Aslında, temel sınıflandırma nükleer reaktörler için büyük önem arz eden nötronların ortalama enerjisine dayanmaktadır. Bu açıdan nükleer reaktörler iki kategoriye ayrılır:

**Termal reaktörler:** Bugüne kadar üretilmiş mevcut reaktörlerin hemen hemen tümü, zincir reaksiyonunu sürdürmek için termal (yavaş) nötronları kullanır. Bu reaktörler sistemdeki atomlarla termal dengede kinetik enerjileri çok yüksek olan nötronları fisyonunda yavaşlatan nötron moderatörü (yavaşlatıcı) içerir.

**Hızlı nötron reaktörleri:** Hızlı reaktörler nötron moderatörü içermez ve daha az modüle edici birincil soğutma sıvıları kullanırlar, çünkü yakıtlarında bölünmeye neden olması için hızlı nötronlar kullanırlar.

Bu iki tip arasındaki temel farklar, elbette, önemli bir enerji bağımlılığı sergileyen nötron kesitleridir. Hızlı reaktörler, daha düşük olan yakalama-fisyon oranı ile karakterize edilebilir. Hızlı bir reaktörde termal reaktörlerden daha yüksek olan tek bir fisyonunda üretilen nötronların sayısında da önemli fark vardır. Bu çok önemli farklılıklara öncelikle nötron akılarındaki farklılıklar neden olur. Bu nedenle, bir reaktör çekirdeğindeki ayrıntılı nötron enerji dağılımını bilmek çok önemlidir.

#### **1.4 Reaktör Fiziği**

Atom ve nükleer fiziğin çok geniş bir bilim dalı olduğu bilinmelidir. Nükleer reaktör fiziği, bir parçacık fiziği veya nükleer kimya olarak uygulamalı fiziğe aittir. Bu dalların ortak temelleri vardır. Atom ve nükleer fizik temel parçacıkları (yani elektronlar, protonlar, nötronlar), yapılarını, özelliklerini ve davranışlarını tanımlar.

Reaktör fiziğinin ilgilendiği konular nötron reaksiyonları, nükleer fisyon, nötron tesir kesitleri, nükleer zincir reaksiyonu, yayılım (transport) teorisi, reaktör dinamiği ve reaktörün çalışmasıdır.

Reaktör fiziği, atom çekirdeğinin bileşenlerini (protonlar ve nötronlar) ve çekirdeğin etkileşimlerini inceleyen fizik alanıdır. Nükleer fiziğin en bilinen uygulamaları nükleer enerji üretimidir, ancak modern nükleer fizik, nükleer fizikle yakın ilişki içinde öğretilen parçacık fiziğini de içermektedir. Nükleer fizik, nükleer tıp (pozitron emisyon tomografi, izotop üretimi, vb.) ve manyetik rezonans görüntüleme, malzeme mühendisliğinde iyon implantasyonu ve jeoloji ve arkeolojide tarihlenen radyo karbon dahil birçok alanda uygulama sağlamıştır.

Nükleer reaktör tasarımının ana temelleri nötronların ortamda nasıl davranacakları, nasıl hareket edecekleri ile doğrudan ilişkilidir. Bu, genel olarak, nötronların bir reaktörde karmaşık yollarda tekrarlanan çarpışmaların bir sonucu olarak hareket etmesi nedeniyle zor bir problemdir. Bunun için bazı yaklaşımlar yaparak ve difüzyon denklemini kullanarak bu problemleri çözmemiz mümkün olabilir.

Nötron difüzyon teorisi, nötronların incelenmesi ve uygulanması ve bunun nükleer çekirdek içindeki veya çeşitli ortamlardaki davranışlarıyla ilgilenen bilim dalıdır. Difüzyon Teorisi, nükleer çekirdeklerin nötron fiziği hesaplamaları için teorik bir temel sağlar.

Nükleer reaktör teorisi difüzyon teorisine dayanmaktadır. Reaktör teorisinin anahtar terimi, reaktörün 'kritikliği'dir. Kritiklik terimini kullanmak normalliği tanımlamanın bir yolu olarak sezgisel görünebilir. Kelime genellikle felaket potansiyeli olan durumları tanımlar. Bununla birlikte, nükleer enerji bağlamında kritiklik, bir reaktörün güvenli bir şekilde çalıştığını ve nötron akışının belirli bir güç seviyesinde sabit olduğunu gösterir. Ayrıca kritik bir reaktörde üretilen nötronlar ile tüketilen nötronlar birbirine eşittir. Nükleer transport teorisi, bir reaktörün tasarımındaki temel problemlerden biridir.

#### **1.4.1 Nötron Nükleer Reaksiyonları**

Nötronun 1932'de Chadwick tarafından keşfedilmesinden kısa bir süre sonra, nötronların bir nükleer zincir reaksiyonu oluşturmak için hareket edebileceği hemen anlaşıldı. Filyon reaksiyonları sonucunda oluşan serbest nötronlar sayesinde devam

eden fisyon reaksiyonları oluşarak bu döngüde nötronlar zincirleme fisyon reaksiyonları oluşturdu. Reaktörün tasarım hesaplamaları, nötronların taşınımı, madde ile etkileşimleri ve nükleer bir reaktör içindeki çarpışmaları ile belirlenir.

Bir nötron nükleer reaksiyonunun, nötronun iki veya daha fazla nükleer parçacık veya  $\gamma$ -ışını (gama ışını) üretmek için bir nükleer parçacıkla etkileşime girdiği süreç olduğu düşünülmektedir. Bu nedenle, bir nötron nükleer reaksiyonu, hedef çekirdeğin başka bir çekirdeğe dönüşümüne neden olmalıdır. Bazen bir çekirdek, çekirdeğin doğasını değiştirmeden başka bir çekirdekle veya parçacıkla etkileşime girerse, bir nötron nükleer reaksiyonundan ziyade nükleer bir saçılma olarak adlandırılır. Birçok nötron nükleer reaksiyonu vardır bunlar;

- Elastik saçılma reaksiyonu
- Elastik olmayan saçılma reaksiyonu
- Nötron soğurma
- Radyasyon yakalama
- Nükleer fisyon
- Nötron emisyonu
- Yüklü parçacık enjeksiyonu

#### 1.4.2 Nötron Elastik Saçılması

Genel olarak, bir hedef çekirdek, bir nötron-çekirdek etkileşiminden sonra tek bir nötron yaydığında bir nötron saçılma reaksiyonu meydana gelir. Genellikle olay nötronundan hedef çekirdeğe kinetik enerji aktarılır. Hedef çekirdek, nötronun kaybettiği kesin kinetik enerji miktarını kazanır. Bu etkileşim bileşik çekirdek oluşumu yoluyla gerçekleşebilir, ancak elastik saçılma durumunda, bir nötron emisyonu bileşik çekirdeği orijinal çekirdeğin temel durumuna geri döndürür. Bu nedenle, başlangıç ve son nötronların mutlaka aynı olması gerekmez. Elastik saçılma iki etkileşim mekanizması yoluyla gerçekleşebilir;

- Potansiyel saçılma: Potansiyel saçılmada, nötron ve çekirdek, nötron emilimi ve bileşik bir çekirdek oluşumu olmadan etkileşir. Aslında, olay nötronunun çekirdeğe 'dokunması' gerekmemektedir ve nötron, çekirdeğe

yeterince yaklaştığında kısa menzilli nükleer kuvvetler tarafından saçılmaktadır. Potansiyel saçılma, yaklaşık 1 MeV'e kadar enerjiye sahip olay nötronları ile gerçekleşir. Bir nötron ve bir çekirdek arasında bilardo topu çarpışması olarak modellenebilir.

- Bileşik elastik saçılma: Bazı durumlarda, bir olay nötronunun kinetik enerjisi bir rezonans oluşturmak için yeterli ise, nötron absorbe edilebilir ve bir bileşik çekirdeği oluşabilir. Bu etkileşim daha sıra dışıdır ve rezonans elastik saçılımı olarak da bilinir. Bileşik çekirdeğin oluşumu nedeniyle, başlangıç ve son nötron aynı değildir.

Elastik saçılma, nötronları yavaşlatmak için en önemli süreçtir. Elastik saçılmada sistemin toplam kinetik enerjisi korunur. Bu süreçte, nötron tarafından kaybedilen enerji, çekirdeğe geri tepme olarak aktarılır. Maksimum enerji transferi kafa kafaya çarpışma ile gerçekleşir. Hafif elemanlar için elastik saçılma tesir kesitleri, 1 MeV'e kadar nötron enerjisinden bağımsızdır. Ara ve ağır elemanlar için, elastik kesit düşük enerjide sabittir. Bir olay nötronunun kinetik enerjisi, bir moleküldeki atomların kimyasal bağlama enerjisine kıyasla büyükse, kimyasal bağlar göz ardı edilebilir. Bir olay nötronunun kinetik enerjisi, kimyasal bağlama enerjisinin düzeyinde veya altındaysa, molekülün kesiti, tek tek çekirdeklerinin kesitlerinin toplamına eşit değildir. Yavaş nötronların moleküller tarafından saçılması serbest çekirdeklerden daha fazladır. Bu nedenle, bir çekirdekli mikroskobik tesir kesit işlemi doğru bir şekilde tanımlanamazken, makroskopik tesir kesiti kesin bir anlama sahiptir.

### 1.4.3 Nötron Emilimi

Nötron soğurma reaksiyonu, bir nükleer reaktörde meydana gelen en önemli reaksiyon türüdür. Emilim reaksiyonları, nötronun tamamen soğurulduğu ve bileşik çekirdeğin oluştuğu reaksiyonlardır. Bu çok önemli bir özelliktir; çünkü bu tür bileşik çekirdeğin bozunması, bileşik çekirdeğin oluşma şekline bağlı değildir. Bu nedenle çeşitli emisyonlar veya bozunmalar olabilir. En önemli emilim reaksiyonlarından bir tanesi ışımsal yakalamadır. Emilim reaksiyonlarının çoğu, bir

veya daha fazla gama ışınının üretimi ile birleştirilmiş bir nötron kaybıyla sonuçlanır. Buna yakalama reaksiyonu denir. Diğer ise, nötron kaynaklı fisyon reaksiyonudur. Bazı çekirdekler bir fisyon olayına uğrayabilir, bu da iki veya daha fazla fraksiyon fragmanına (ara atomik ağırlık çekirdeği) ve birkaç nötrona yol açar. Bölünebilir bir malzemede nötron basitçe yakalanabilir veya nükleer fisyonla neden olabilir.

#### 1.4.4 Nötron Emisyonu

Nötron emisyonu, kararsız çekirdeklerin dengeye ulaşabileceği radyoaktif bozunmalardan biridir. Genel olarak, bu tip radyoaktif bozunma, çekirdekler önemli miktarda fazla nötron veya uyarma enerjisi içerdiğinde ortaya çıkabilir. Bu bozunma durumunda, bir nötron çekirdekten atılır.

Nötron emisyonu genellikle nükleer bozunma ile ilişkili olsa da, nötron nükleer reaksiyonlarıyla bağlantılı olarak da belirtilmelidir. Bazı nötronlar, bir bileşik çekirdek yoluyla bir hedef çekirdek ile etkileşir. Bu bileşik çekirdek reaksiyonları arasında bir nötronun çekirdekten atıldığı ve nötron emisyon reaksiyonları olarak adlandırılabilen reaksiyonlar da vardır. Mesele şu ki, bileşik çekirdekler uyarma enerjisini radyoaktif bozunma ile aynı şekilde kaybeder. Çok önemli bir özellik de, bileşik çekirdeğin bozunma tarzının, bileşik çekirdeğin oluşma şekline bağlı olmamasıdır. Nötron emisyonunun olduğu bileşik çekirdek reaksiyonları:

- Elastik saçılma reaksiyonu: Bazı durumlarda, bir olay nötronunun kinetik enerjisi bir rezonans oluşturmak için yeterli ise, nötron absorbe edilebilir ve bir bileşik çekirdeği oluşabilir. Bu etkileşim potansiyel saçılma ile karşılaştırıldığında daha sıra dışıdır ve aynı zamanda rezonans elastik saçılma olarak da bilinir. Bileşik çekirdeğin oluşumu nedeniyle, başlangıç ve son nötron aynı değildir ve bu reaksiyonlara bir tür nötron emisyon reaksiyonu da denebilir.
- Elastik olmayan saçılma reaksiyonu: Bir nötron ve hedef çekirdek arasındaki esnek olmayan bir saçılma reaksiyonunda, olay nötronunun bir kısım enerjisi

geri tepme çekirdeğine devredilir ve çekirdek uyarılmış durumda kalır. Nötron daha düşük kinetik enerjiyle yayılır. Bir olay nötronunun kinetik enerjisi yeterliyse, çift, üçlü veya daha fazlası, nötron emisyonu meydana gelebilir. Bu olaylara (n, 2n), (n, 3n) veya (n, n) reaksiyonları denir. Bu tür reaksiyonların olasılığı, artan nötron enerjileri ile artar.

- Nükleer Filyon: Filyon reaksiyonu çok özellikli bir reaksiyondur ve nükleer mühendisliğin birçok alanında önemlidir. Filyon reaksiyonunun, herhangi bir zincir reaksiyon sisteminde önemli olan filyon nötronları ürettiği bilinmektedir. Ancak tüm nötronlar filyondan sonra aynı anda serbest bırakılmaz. Bu bakış açısından, filyon nötronları genellikle iki gruba ayrılır: Hızlı nötronlar ve gecikmiş nötronlar. Hızlı nötronlar, doğrudan filyondan yayılır ve yaklaşık  $10^{-14}$  saniyelik çok kısa bir sürede yayılırlar. Gecikmiş nötronlar, gecikmiş nötron öncüleri olarak adlandırılan nötron bakımından zengin filyon çekirdekleri tarafından yayılır. Bu öncüler genellikle beta bozunumuna uğrarlar, ancak bunların küçük bir kısmı nötron emisyonuna maruz kalacak kadar uyarılmıştır. Nötronun bu tip bir bozunma yoluyla üretilmesi ve hızlı nötronların emisyonuna kıyasla daha büyük emilimlerin meydana gelmesi, reaktörün kontrolünde son derece önemli bir rol oynar.

#### 1.4.5 Nükleer Filyon

Nükleer filyon, bir atomun çekirdeğinin daha küçük parçalara (daha hafif çekirdeklere) ayrıldığı bir nükleer reaksiyondur. Filyon işlemi genellikle serbest nötronlar ve fotonlar (gama ışınları şeklinde) üretir ve büyük miktarda enerji açığa çıkarır. Nükleer fizikte nükleer filyon, bir nükleer reaksiyon veya radyoaktif bir bozunma sürecidir.

Ağır elementlerin nükleer filyonu, 17 Aralık 1938'de Otto Hahn ve asistanı Fritz Strassmann tarafından keşfedildi. Nötronlarla uranyum bombardıman ederek transuranik (yapay yollarla üretilen kararsız elementler) elementler oluşturmaya çalıştılar. Bekledikleri ağır elementlerden ziyade, tanımlanamayan birkaç ürün

buldular. Nihayet ürünlerden birini baryum-141 olarak belirlediklerinde, bulguyu yayınlamaya hazırdılar, çünkü çok beklenmedik bir durumdu.

Sonunda 1939'da sonuçları yayınladıklarında, Hahn ile nükleer denemelerinde çalışmış olan Avusturyalı bir fizikçi Lise Meitner'in dikkatini çekti. Hahn'ın baryumunun ve nötron bombardıman deneylerinden elde edilen diğer hafif ürünlerin U-235 fisyonundan geldiğini fark eden ilk kişi oydu. Meitner ve Frisch, U-235 fisyonunun hem elektromanyetik radyasyon hem de fragmanların kinetik enerjisi (fisyonun gerçekleştiği yerdeki toplu malzemenin ısıtılması) olarak büyük miktarlarda enerji açığa çıkarabileceğini gösteren başka deneyler gerçekleştirdi. Bunun, benzeri görülmemiş bir enerji verimi ile zincirleme bir reaksiyonu mümkün kıldığını fark ettiler.

#### **1.4.6 Nötron Tesir Kesiti**

Genel olarak tesir kesiti, bir olay nesnesi ve bir hedef nesne arasındaki belirli etkileşimin olasılığını ölçen etkili bir alandır. Bir parçacığın tesir kesiti, sert bir nesnenin tesir kesiti ile aynıdır ve onlara bir ışınla vurma olasılıkları aynıdır. Nükleer fizikte, bir çekirdeğin nükleer tesir kesiti, bir nükleer reaksiyonun ortaya çıkma olasılığını karakterize etmek için yaygın olarak kullanılır.

#### **1.4.7 Nötron Transport Teorisi**

Bir nükleer reaktörün uygun şekilde tasarlanması için, nötronların sisteme nasıl dağılacığı öngörüsü büyük öneme sahiptir. Bu çok zor bir sorundur; çünkü nötronlar reaktör çekirdeğinde bulunan diğer malzemeler ile farklı şekilde etkileşime girerler. Nötronlar çoğalma sisteminden geçerken çeşitli etkileşimlerden geçerler. Bir nötron difüzyonuna gazların difüzyonu gibi yaklaşabiliriz. Bu yaklaşım genellikle difüzyon yaklaşımı olarak bilinir ve nötron difüzyon teorisine dayanır. Bu yaklaşım, difüzyon denklemini kullanarak bu tür problemleri çözmeyi sağlar. Nötron difüzyon teorisi reaktörün büyüklüğü, şekli ve kritikliği ile doğrudan ilişkilidir.

## 2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Nükleer enerji dünya ülkelerinde yaygın olarak kullanılan ve bazı özellikleri sebebi ile tercih önceliği olan bir enerji türüdür. Nükleer enerjinin (reaksiyonun) iyi bir şekilde anlaşılması ve enerji dönüşümlerinin gerçekleşmesi, bu enerji türünde başrol oyuncularından biri olan nötronun davranışlarını tanımlamak ve hareketlerini tahmin etmekten geçmektedir. Nükleer enerjinin sürekliliği reaktör içerisinde bulunan ve yeni oluşacak nötronların sürekliliği ile doğrudan ilintilidir. Mevcut bulunan nötronların fisyon yapması aynı zamanda bu fisyonlar sonucu oluşacak yeni nötronların nükleer fisyon zincir reaksiyonu oluşturması ve bu reaksiyonları kontrol altında tutarak kritiklik seviyesinin ayarlanması gerekmektedir. Nötronların hareketlenin tanımlanmasında, gazların difüzyonunu açıklayan süreklilik denklemi ile nötronların difüzyonunu açıklayan nötron transport denklemi nükleer mühendisliğin üzerinde çalıştığı önemli konulardandır. Nötronların nükleer reaktörün içerisinde rastgele dağılımını aslında bir difüzyon olayı olarak yorumlayabiliriz. Nükleer reaktörlerin içerisinde çeşitli nedenlerle üretilmiş veya ortaya çıkan serbest nötronların sayısal olarak incelenmesi ve serbest hareketleri aynı hareketlere sahip gazların difüzyonu ile örtüşen matematiksel fonksiyonlara sahiplerdir.

Difüzyon teorisi nükleer reaktörlerde nükleer teknolojinin ilk yılları olan 1930'lu yıllardan bu yana reaktör tasarımlarında kullanılmaktadır. Genellikle reaktör tasarımlarının çalışmaları esnasında bazı varsayımlar yapılarak nötronların hareketleri bir difüzyon olayı gibi incelenmektedir. Bugün bile bir reaktörün ilk tasarımı ve buna dayanarak ilk hesaplamaları için difüzyon teorisinden faydalanılmaktadır. Termal enerji ve gazların difüzyonları oldukça hassas konular olduklarından nötronların transportunu bir difüzyon gibi açıklamak ancak bazı sınır koşulları için geçerli olabilecek bir yaklaşımdır. Difüzyon denkleminin çıkış noktası olan difüzyon teorisi ile nötron transport teorisinin tam anlamıyla açıklanamamasının ana nedeni ise nötron-çekirdek etkileşimlerinde gerçekleşen tesir kesitlerinin oldukça küçük olmasından kaynaklanmaktadır ( $10^{-24}$  cm<sup>2</sup>). Nötronlar tepkimeler esnasında bu mesafelerden daha uzak mesafelere gidebilirler. Yani hızlı bir nötronun ortalama serbest yolu oldukça fazladır.

Difüzyon denklemi reaktör sınırlarında, nötron akı yoğunluğunun çok fazla olduğu yakıt çubuğu etrafında veya kontrol çubukları etrafında doğruluk oranı yüksek sonuçlar vermemektedir. Bu ve buna benzer sınır koşullarında difüzyon denklemine eklenen düzeltme faktörleri ile elde edilen nötron transport denklemi kullanılmaktadır.

Nötron transport denkleminde difüzyon denklemine ek olarak, dışarıdan saçılıp ilgili enerji ve doğrultuda hacim elemanı içine giren yani saçılmalarla dâhil olan nötronları temsil eden bir terim bulunmaktadır. Ayrıca, difüzyon denkleminde nötronların dağılma doğrultuları önemli değilken transport denklemindeki terimler nötron doğrultularını da içermektedir. Bu nedenlerle, reaktör tasarımında daha sonraki hesaplamalarda daha gerçekçi olması nedeniyle nötronların davranışları nötron transport denklemi ile şekillenmektedir.

Gerçek reaktör ortamını en iyi taklit eden denklem olan nötron transport denkleminin içerdiği fazla sayıdaki terim ve bu terimlerin bağlı olduğu konum, hız, doğrultu ve zaman gibi argümanların sayısından dolayı analitik çözümü zor hatta bazı durumlarda mümkün değildir.

Nötron transport denkleminin esas dayanağı Boltzmann denklemidir. Boltzmann denklemi gazların kinetiğini inceleyen bir denklemdir. Nötronlar da aynı gazlarda olduğu gibi nötr ve moleküler parçacıkların difüzyonu ile ideal gaz dinamiği gibi davranmaktadırlar. Boltzmann 1872'de yayınladığı bu denklem ile transport teori üzerindeki çalışmalar artmış ve hızlanmıştır. Nötron transport denklemi klasik fizikteki diğer denklemlerden oldukça farklı bir denklem olmakla beraber bir integro-diferansiyel denklemdir. Bu denklemin çözümünde birçok farklı yöntem kullanılmaktadır. Bu yöntemler, olasılığa dayalı (deterministik) ve çözülemeye dayalı analitik yöntemler olarak iki grupta toplanabilir.

Deterministik yöntemlerin başında Monte Carlo yöntemi gelmektedir. Bu yöntem, zaten ilk olarak reaksiyon olasılığını temsil eden tesir kesiti teriminin varlığından dolayı transport denkleminin çözümü için geliştirilmiş, daha sonra fen ve mühendislik ve hatta sosyal bilimlerdeki birçok problemin sayısal (nümerik)

çözümünde kullanılmıştır (Bell ve Glasstone, 1970). Bu yöntem olasılık teorisine dayandığı için denklemin çözümleri “yaklaşık” olarak sonuçlanmaktadır. Monte Carlo yöntemi diğer yöntemlerin elverişsiz kaldığı karmaşık geometrik şekillerde kullanışlıdır. Bu yöntem, basit sayısal hesaplamalardan geliştirilerek istatistik teorisinin Bayes çıkarılma yöntemleri ile çözümlenebilir modern simülasyon teknolojilerine evrilen bir gelişim süreci geçirmiştir. Örneğin reaktörün içerisinde gerçekleşen reaksiyonlar sonucu ortaya çıkan nötronların reaktör dışına sızıntısının engellenmesi amacı ile yapılacak olan reaktör duvarının, kalınlığının hesaplanmasında Monte Carlo metodu diğer analitik yöntemlere göre yaklaşık olarak daha doğru sonuçlar vermektedir (Spanier ve Gelbard, 1969; Hançerlioğulları, 2006). Transport denkleminin çözümünde kullanılan diğer bir yöntem ise analitik veya yarı analitik yöntemlerdir. Bu yöntemlere her ne kadar analitik dense de aslında tam çözüm anlamında kullanılmamaktadır. Ya denkleme belirli başlangıç ve sınır koşulları çerçevesinde bazı yaklaşımlar yapıp çözümlene yoluna gidilmekte ya da bazı açılımlar kullanılarak çözümlene yapılmaktadır. Aynı zamanda, denklemin çözümünün hangi geometride yapıldığı da çözüm yöntemini ve dolayısıyla yaklaşımları belirlemede etkili bir ölçüt olmaktadır.

Legendre polinomları veya başka bir deyişle küresel harmonikler ( $P_N$ ) yöntemi transport denkleminin çözümünde kullanılan en yaygın yöntemdir. Bu yöntemin en yaygın olmasının sebeplerinin başında, kolay uygulanabilir olması yani kolay çözülebilir denklemler oluşturması ve birçok problemde tam sonuçlara en yakın sonuçları vermesidir. Bu nedenle nötron transport teorisindeki birçok problemde  $P_N$  yöntemi ile bulunan sonuçlar referans değer (benchmark) kabul edilmektedir. Bu ve diğer özellikleri ile  $P_N$  yöntemi transport teorisindeki problemlerin çözümünde geleneksel (konvansiyonel) yöntem olarak kabul edilmektedir (Williams, 1971; Aranson,1984; Lee ve Dias, 1984; Seki ve Kamiuto,1987).

Diğer bir yöntem ise diskret ordinant ( $S_N$ ) yöntemidir. Denkleme sadece diskret doğrultuda yaklaşma imkânı sunmaktadır. Nötron transport denklemine açılmalı integral ve türevler ile açılımlar yapılarak sonuçlar elde edilir. Elde edilen sonuçların karşılaştırılması ise diskret doğrultuda çözümlerin farklılaştırılarak çıkan sonuçların kıyaslanması ile elde edilir. Dilim geometride  $S_N$  yöntemi ile elde edilen sonuçların

bazı yaklaşımlar altında  $P_N$  yöntemi ile elde edilen sonuçlara yaklaştığı söylenebilir. Bu durum, yöntemlerin geçerliliklerinin ispatlanması ve diğer problemlere de kolaylıkla uygulanabilirlikleri açısından son derece önemlidir (Barrsos ve Larsen, 1990).

Nötron transport denkleminin çözümünde kullanılan diğer bir yöntem ise varyasyon yöntemidir. Varyasyon yöntemi bir analitik çözüm yöntemi olup sonlu elemanlar yöntemi olarak da ifade edilmektedir. Bu yöntem tek enerjili nötronlar için Boltzmann eşitliğine entegre edilip denklemin çözümü gerçekleştirilmiştir. Varyasyon yöntemi nötron transport denkleminin çözümünde son yıllarda yaygın olarak kullanılmış ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir (Bell ve Glasstone, 1970).

Case tek hızlı nötronlar için transport denklemini çözecek yeni bir yöntem geliştirmiş ve bu denklemin tekil çözümleri için tamlık ve diklik teorilerini ifade etmiştir. Bu yöntem, kısmi diferansiyel denklemleri birkaç değişkenli fonksiyonlara ayırarak çözümleme mantığına dayanmaktadır. Case'in bu yöntemleri daha sonrasında geliştirilerek farklı, zor problemlerin çözümüne öncülük etmiştir (Case ve Zweifel, 1967).

Yakın zamanlarda yapılan bazı çalışmalarda, birden fazla yöntemin birlikte uygulandığı ve bulunan sonuçlara dayanarak kabul gören diğer bir yöntem ise  $H_N$  yöntemidir. Bu yöntem daha önce kullanılan yöntemlerle geliştirilmiş olsa da temelinde Case yöntemi yer almaktadır. Bu yöntem nötron denge (balans) denklemini ile homojen alanda hızlı yaklaşım için sonuçlar vermektedir. Çözümde yer alan katsayıların belirlenmesi için  $F_N$  yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemde Placzek lemması kullanılarak sonlu denklemler sonsuz gibi çözümlenmektedir. Case yönteminde belirtilen diklik bağlantıları kullanılarak çözüme ulaşılır (Tezcan ve ark., 2004; Yıldız, 1998; Güleçyüz ve Tezcan, 1996; Kaşkaş, 1998).

1940'dan sonra nötron transport denkleminin birçok bilim insanı tarafından farklı bakış açıları getirilerek tekrardan tanımlamalar yapmışlardır. Transport denkleminin analitik çözümü ile ilgili yapılan ilk çalışmalardan bir tanesinde Davison (1958), kritik yarıçap ve yarı kalınlık çalışmalarında nötron transport denklemini Legendre

polinomları ile çözümleneceği önerisinde bulunmuş ve bu çalışmalarını gerçekleştirmiştir. Takip eden yıllarda Conkie (1959), Milne problemini çalışırken, denklemin en temel çözümleri üzerine Mitsis (1963) ve Case ve Zweifel (1967) ilk çalışmalarını yapmışlardır. Bu çalışmalarda izotropik ortam için çalışılmış elde edilen sonuçlar diğer yöntemler ile karşılaştırılmıştır. Case bu çalışmalarına kadar denklemi genellikle Fourier veya Laplace çözüm yöntemleri ile çözmeye çalışmıştır.

Legendre polinomları ile nötron transport denkleminin çözümünde Williams (1971), yaptığı kaynak ve özdeğer denklemlerinin ileri-geri saçılım yasasını kullanarak elde ettiği sonuçları dilim geometride iki gruplu nötronların transport denkleminin çözümleri ile karşılaştırmıştır. Brockmann (1974), anizotropik ortam için dilim geometride kompleks özdeğer yöntemini farklı varyasyonlarda kullanarak sonuçlarını literatürde yer alan diğer yöntemler ile karşılaştırmış ve uyumluluklarını kanıtlamıştır. Kompleks özdeğer yöntemini kullanarak Dahl ve Sjöstrand (1979), anizotropik ortamlarda nümerik yöntem sonuçları elde etmişlerdir. Aronson (1984), Lee ve Dias (1984) dilim ve küresel geometride  $P_N$  yöntemi ile çalışmalarda bulunmuşlardır. Seki ve Kamiuto (1987), Legendre polinomları ile Henyey-Greenstein fonksiyonlarını kullanarak asimetri ve albedo detaylarını hesaplamışlardır. Barros ve Larsen (1990) hesaplamalarında yuvarlama sorunundan uzaklaştıklarını ispat ederek, spektral Green fonksiyonlarını  $S_N$  yöntemine uygulayarak denklemin çözümünde elde ettikleri sonuçların daha gerçekçi olduğunu göstermişlerdir. Kohut (1993) yapmış olduğu çalışmada, kompleks özdeğer yöntemini daha önceki yıllarda yapılan çalışmalara uygulayarak daha uyumlu nümerik sonuçlar elde etmiştir.

Sahni ve Sjöstrand (1997), ileri-geri saçılım için kritik yarıçap çalışmalarını küresel geometride uygulamışlardır. Kaşkaş ve ark. (2000) Green fonksiyonlarını kullanarak küresel geometride kritik yarıçap çalışmaları yapmışlardır. Güleçyüz ve ark. (2001) nötron transport denklemini açısız akılara bağlı olarak Green fonksiyonları ile çözümlenmiştir.

Nötron transport denkleminin çözümlerinde en doğru sonuçlar için farklı polinomlar ve yöntemler aranırken seçilen faz fonksiyonlarının da denklemin çözümünde etkili

olduğu unutulmamalıdır. Anlı ve ark. (2005, 2007) farklı bir bakış açısı getirerek alternatif bir saçılma faz fonksiyonu (Anlı-Güngör) tanımlamışlar ve dilim geometride bu hesaplamaları yapmış, nötron transport denkleminde entegresini göstermişlerdir.

İlerleyen yıllarda Anlı ve ark. (2006a, b) Chebyshev polinomları ile denklemin çözümünün Legendre Polinomları ile çözümüne uyumlu olduğunu göstermişlerdir. Öztürk ve ark. (2007a, b) birinci ve ikinci tip Chebyshev polinomları ile  $T_N$  yaklaşımı ve  $U_N$  yaklaşımı ile kritik kalınlık ve difüzyon hesapları yapmışlar ve bu çalışmalarını daha önceki çalışmalar ile karşılaştırmışlardır. Bu karşılaştırmalar sonucunda, birinci ve ikinci tip Chebyshev polinomları ile yapılan yaklaşımlarda (sırasıyla  $T_N$  ve  $U_N$  yaklaşımları) elde edilen sonuçların Legendre polinomları ile elde edilen sonuçlarla uyum içinde olduklarını ve anizotropik saçılma gibi bazı durumlarda kendi çözümlerinin doğruya daha yakın sonuçlar olduğunu göstermişlerdir (Öztürk, 2008, 2010, 2011, 2012, 2014).

Küresel harmonikler  $P_N$  yöntemiyle dilim geometride izotropik transport denkleminde yapılan birinci mertebeye yaklaşımının ( $P_1$ ) difüzyon yaklaşımına eşit olduğu daha önce gösterilmiştir. Bu nedenle  $P_1$  yaklaşımına difüzyon yaklaşımı da denilmektedir (Bell ve Glasstone, 1970). Dolayısıyla, Legendre ve Chebyshev polinomları aynı polinom ailesinden (Jacobi polinomları) olduklarından, I. ve II. tip Chebyshev polinomları ile de birinci mertebeye yaklaşımlar yapıp ( $T_1$  ve  $U_1$  yaklaşımları) hem dilim geometride hem de küresel geometride difüzyon mesafesi ve katsayısı hesaplamaları yapılmıştır (Öztürk, ve ark., 2010; Öztürk ve Anlı, 2012; Bülbül ve Öztürk, 2013; Tıraş, Öztürk ve Bülbül, 2014; Yıldırım ve Öztürk, 2014; Yapar ve Öztürk, 2018).

Yukarıdaki paragrafta özetlenmeye çalışıldığı gibi, bugüne kadar nötron transport denkleminde yapılan difüzyon yaklaşımları ve difüzyon hesaplamaları çoğunlukla birinci mertebeye yaklaşımlarla sınırlı kalmıştır. Her ne kadar yapılan o çalışmalarda bulunan sonuçlar birbirleri ile uyum içinde olsalar da, gerçek yani tam sonuçlardan oldukça uzaktırlar. Bu nedenle, nötron transport teorisindeki diğer problemlerin çözümlerinde olduğu gibi, difüzyon mesafesi probleminin çözümünde de ne kadar

yüksek mertebeden yaklaşım yapılırsa o kadar hassas yani tam sonuçlara yakın sonuçların bulunması beklenmektedir. Ancak bu gerçek, beraberinde denklemlerin çözümlerinin uzun olması, zaman alması ve dolayısıyla zahmetli olması gibi bazı zorlukları da getirmektedir. Yine de, I. tip Chebyshev polinomları ( $T_N$ ) yöntemi kullanılarak, *ilk defa* yüksek mertebeden yaklaşımlar yapılarak, dilim geometride, izotropik saçılmalı bir ortamdaki tek hızlı nötronlar için difüzyon mesafesi hesabı son yapılan tez çalışmalarından bir tanesi olarak Durmaz (2019) tarafından yapılmıştır.

Bu çalışmada, *ilk defa yüksek mertebeden II. tip Chebyshev polinomları yaklaşımı* ( $U_N$ ) kullanılarak, dilim geometride, izotropik saçılmalı bir ortamdaki tek hızlı nötronlar için difüzyon mesafesi hesabı yapılmıştır. Her ne kadar  $P_N$  yöntemi ile yüksek mertebeden difüzyon mesafesi sonuçları literatürde (Bell ve Glasstone, 1970) yer alsada da, yöntemin uygulanması ile ilgili detaylar verilmediğinden, bu çalışmanın başlangıcında yüksek mertebeden  $P_N$  yöntemi kullanılarak difüzyon mesafesi hesabı detayları ile verilmiş, daha sonra bu tez çalışmasına özgün değer katan yüksek mertebeden  $U_N$  yaklaşımı yapılarak difüzyon mesafesi hesabı yapılmıştır. Her iki yöntemle de elde edilen sonuçlar hem birbirleri, hem daha önce  $T_N$  yöntemi ile bulunan sonuçlar ile hem de literatürde yer alan diğer sonuçlarla kıyaslanmışlardır. Ne ilginç ve güzeldir ki, bu tez çalışmasının özgün değerini oluşturan  $U_N$  yöntemi ile elde edilen sonuçların  $T_N$  ve  $P_N$  yöntemleri ile elde edilen sonuçlardan daha fazla tam sonuçlara yakınsadığı görülmüştür. Bu durum, çalışmanın bilimsel anlamda ne kadar önemli olduğunun göstergesidir.

### 3. MALZEME VE YÖNTEM

Nükleer reaktörlerin güvenli bir şekilde çalışmaları ve reaktörlerin işletilmesi sırasında kritiklik seviyelerinin sürekliliği için nötronların reaktör içindeki dağılımları ve davranışlarının ne derece önemli olduğundan önceki bölümlerde bahsedilmişti. Bu dağılım ve davranışların belirlenmesinde ve bir reaktörün daha henüz tasarım aşamasındayken ilk hesaplamalarında en önemli parametrelerden biri olan nötronların difüzyon mesafesidir. Nötron difüzyonu, daha önceki çalışmalarda da yapıldığı gibi transport denkleminin bazı yaklaşımlar altında difüzyon denklemine indirgenmesiyle incelenebilmektedir (Bell ve Glasstone, 1970; Öztürk, 2008; 2010; 2011; 2012; 2014).

Transport denkleminin temelini oluşturan Boltzmann denklemi, bu denklemden transporta geçiş için yapılan varsayımlar ve bu denklemin çözümünde literatürde uygulanan Legendre polinomları ( $P_N$ ) yöntemi ve bu tez çalışmasının temelini oluşturan II. tip Chebyshev polinomları ( $U_N$ ) yaklaşımı ile denklemin çözümü bu bölümde ifade edilecektir.

#### 3.1. Nötronların Yayınımı ve Fick Yasası

Nükleer reaktörlerin tasarımında ve işletmesinde nötronların hareketleri ileri derecede önem arz etmektedir. Reaktör tasarımında reaktör kalbi binası çapı, reaktörün işletilmesinde ise kritiklik seviyelerinin belirlenmesinde nötronların yayınımını yorumlamak gerekmektedir. Reaktör içerisinde nötronlar işletme durumunda sürekli etkileşim içerisinde olacaklardır. Reaktör kalbi içerisinde yutucu ve yayıcı ortamlar sayesinde sürekli reaksiyonlara girerek nötron sayılarında çoğalma veya bir atom parçacığı tarafından yutularak kalp içerisinde nötron sayılarında eksilmeler gözlemlenebilecektir. Bu ve bunlara benzer durumları göz önünde bulundurarak reaktör kalbindeki nötron yoğunluğu ( $\sim 10^{-10} \text{ cm}^{-3}$ ), atomik yoğunlukla kıyaslandığında ( $\sim 10^{23} \text{ cm}^{-3}$ ) önemsenmeyecek küçüklükte bir değer olduğundan, nötronların birbirlerine etkileri ihmal edilerek nötronların hareketleri ideal gazların davranışlarına benzetilebilir.

Tek-enerjili nötronlarda reaksiyon hızı  $F$ , nötron akısı  $\phi$  ve makroskopik tesir kesiti  $\Sigma_i$  ile ilişkilidir. Dolayısıyla reaksiyon hızını tanımlamadan önce nötron akısı ve reaksiyon tesir kesitini kısaca açıklamak gerekir. Buna göre;

*Nötron akısı*; birim hacim içerisinde  $v$  süratiyle hareket eden nötronların sayısını verir. Buna göre nötron akısı, genellikle nötronların enerjisine bağlı olarak,

$$\phi(E) = n(E)v(E) = \frac{\text{nötron cm}}{\text{cm}^3 \text{ s}} = \frac{\text{nötron}}{\text{cm}^2 \text{ s}} \quad (3.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $n(E)$ , birim enerji başına nötron yoğunluğu ve  $v(E)$  ise enerjeye bağlı olarak nötronların ortalama süratini ifade eder. Böylece reaksiyon hızı, nötron akısı ve makroskopik tesir kesitine bağlı olarak,

$$F = \Sigma_i \phi \quad (3.2)$$

ifadesi ile verilebilir. Burada, Nötron akısı ( $\phi$ ), denklem (3.2)'de yerine yazılırsa ve bütün enerjili nötronlar üzerinden toplam alınırsa, toplam reaksiyon hızı,

$$F = \int_0^\infty \Sigma_t(E)n(E)v(E)dE = \int_0^\infty \Sigma_t(E)\phi(E)dE \quad (3.3)$$

şeklinde en genel haliyle yazılabilir.

Reaktör kalbi içerisinde bulunan nötronların davranış biçimleri ideal bir gaz davranışı gibi düşünülebilmektedir. İdeal gazların difüzyonları ise difüzyon denklemi ile çözümlenmekte olup difüzyon denkleminin temelini Fick yasası oluşturmaktadır. Gazların difüzyonunda olduğu gibi, reaktör kalbinin içerisindeki nötron akışı, nötronların çok yoğun olduğu bölgeden daha düşük yoğunlukta olan bölgeye doğru olacaktır. Bu, difüzyon teorisinin ya da başka bir ifadeyle Fick yasasının temelidir:

$$J = -D \frac{d\phi}{dx}, \quad (3.4)$$

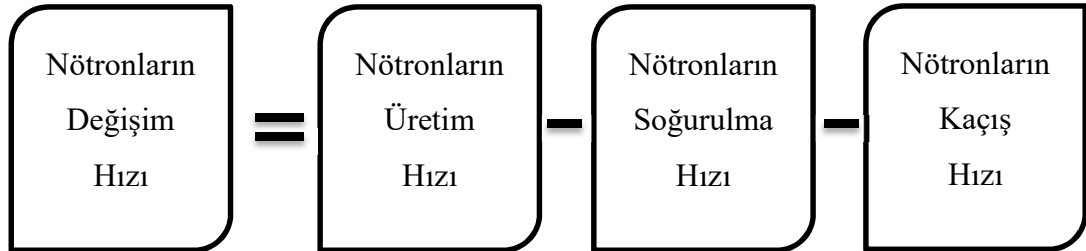
Burada  $J$ , birim zamanda belirli bir yöne doğru dik birim alandan geçen nötron akımı, birimi nötron akısı  $\phi$  ile aynıdır,  $D$  ise difüzyon katsayısı olarak ifade edilir ve birimi cm<sup>2</sup>'dir. Difüzyon katsayısı, difüzyonu gerçekleştirecek maddenin transfer akısının yine bu maddenin konsantrasyon gradyanı ile orantısını ifade etmektedir. (Lamarsh ve Baratta, 2001).

### 3.2. Süreklilik Eşitliği ve Sınır Koşulları

Belirli bir  $V$  hacimde bulunan nötronlar düşünüldüğünde bu hacim elemanı içerisinde oluşacak üç farklı varyasyon vardır. Bu varyasyonlar;

- Hacim içerisindeki nötronların üretim hızı
- Hacim içerisindeki nötronların soğurulma hızı
- Hacim içerisindeki nötronların kaçış hızı

Bu varyasyonların toplamı ise hacim içerisindeki nötronların sayısının değişim hızı olarak tanımlanmaktadır. Nötronların değişim hızını, üretilen nötronlar arttırırken, soğurulan ve sistemden kaçan nötronlar azaltmaktadır:



Yukarıdaki gösterimden faydalanarak, bu hacim içerisinde nötronların korunumunu ifade eden süreklilik denkleminin türetilmesi mümkün olacaktır. Her bir terim kendi özelinde incelenerek matematiksel bir ifade karşılığı yazmak mümkündür. Seçilen hacim elemanı içerisindeki nötronların sayısının değişim hızı,  $n$  daha önce tanımlandığı gibi birim hacimdeki nötron sayısı olmak üzere,  $\frac{\partial n}{\partial t}$  ile belirtilecek olup, ortamdaki atomlar tarafından soğurulma yoluyla veya başka bir nedenle kaybolan (kaçan) nötronların sayıları birbiriyle ilişki olacak şekilde yazılabilir.

Bir nükleer reaktörde, reaktörün normal çalışma rejiminde, yani olağan çalışma düzeninde, nötron kaynağı oluşan fisyon reaksiyonlarının kendisidir. Her bir fisyon reaksiyonunda 2 veya 3 (ortalama 2,6) yeni nötron açığa çıkmakta ve bu yeni nötronlar ortamdaki diğer fisil çekirdekleri fisyonla uğratarak hem enerji açığa çıkmasına hem de fisyon zincirinin devam etmesine neden olmaktadır. Bu nedenle, fisyon tepkimeleri süreklilik denkleminde kaynaktan üretilen nötronları veya başka bir deyişle nötronların üretim hızını temsil etmekte ve süreklilik denklemi oluşturulurken  $S$  ile gösterilecektir.

Reaktör içerisinde nötronların fisyon gerçekleştireceği atomlar dışında farklı atomlar da bulunmaktadır. Bu atomlar ile nötronların etkileşime girmesi göz önüne alınması gereken önemli bir konudur. Nötronlar, bu atomlar ile reaksiyona girdiklerinde, bu reaksiyonlar sonucunda soğurulma ihtimalleri yüksektir ve bu nedenle ortamdaki nötron sayısında azalma meydana gelmesi kaçınılmazdır. Nötronların ortamdaki atom çekirdekleri tarafından soğurulma olasılıkları atomların absorpsiyon tesir kesitleri ile doğru orantılıdır. Dolayısıyla nötronların soğurulma hızı, ortam atomlarının absorpsiyon tesir kesitine bağlı olarak  $\Sigma_a \Phi$  ile ifade edilecektir.

Süreklilik denkleminin son terimi olan nötronların kaçış hızı ile açıklanmak istenilen ifade, nötronların o ortamda bulunan hiçbir atom çekirdeği ile etkileşime girmeden hacim elemanını terk etmelerini anlatmaktadır. Daha açık bir ifadeyle, reaktör ortamındaki bazı nötronlar, değil ortamdaki fisil bir çekirdekle reaksiyona girmek ya da fertil bir çekirdekle reaksiyona girip onun fisil bir çekirdek olmasına sebep olmak, reaktör materyalleri dahil hiçbir atom çekirdeği ile reaksiyon yapmayıp ortamı ter etmektedirler, yani sızılmaktadırlar. Bu reaktör ortamında en çok istenmeyen durumlardan biridir. Bunun iki nedeni vardır: Birincisi sızıntıya uğrayan yani kaçan nötron, fisyon zincirinde kaybedilmiş bir nötrondur. İkincisi ise sistemden sızan nötronlar radyasyon güvenliği için önemli bir tehdittir, güvenlik sisteminin güçlendirilmesini gerektirir. Belirlenen hacim içerisinde nötronların kaçış (sızma) hızı ise  $\nabla \cdot \mathbf{J}$  ile ifade edilecektir. Açıklanan varyasyonlar yerlerine yazılacak olursa süreklilik denkleminin genel ifadesi oluşmaktadır (Lamarsh ve Baratta, 2001).

$$\frac{\partial n}{\partial t} = S - \Sigma_a \Phi - \nabla \cdot \mathbf{J} \quad (3.5)$$

Fick yasası ve dolayısı ile süreklilik denklemi ile ilişkili olan difüzyon denklemi kısmi diferansiyel bir denklem olacağından dolayı çözümü için sınır şartları gerekmektedir. Bu sınır şartları;

- Nötron akısı sonlu olmalıdır;

$$0 \leq \phi \leq \infty$$

- Difüzyonun gerçekleştiği süre boyunca nötron akımı ara yüzeylerde sürekli olmalıdır;

$$\phi_X = \phi_Y$$

$$(J_X)_n = (J_Y)_n$$

Burada  $\phi_X$  ve  $\phi_Y$  sırasıyla, difüzyonun gerçekleştiği  $X$  ve  $Y$  bölgelerinde hesaplanan akı;  $(J_X)_n = (J_Y)_n$  nötron akımının ara yüzeylerde hesaplanan yüzeye normal bileşenidir.

Fick yasası, nötronların çok absorbe edildiği ortamlarda (güçlü absorblayıcı ortamlar), bir nötron kaynağı veya ortam sınırına üç ortalama serbest yol (mfp) mesafesinden daha yakın olan yerlerde ve nötronların kuvvetli anizotropik saçıldığı ortamlarda geçerli değildir (Lamarsh ve Baratta, 2001).

### 3.3. Difüzyon Denklemi

Denklem (3.5)'te verilen süreklilik denkleminde iki bilinmeyen bulunmaktadır. Birincisi nötronların yoğunluğu ( $n$ ) ikincisi ise nötron akım yoğunluğu veya kısaca nötron akımı vektörüdür ( $\mathbf{J}$ ). Dolayısıyla bu iki bilinmeyen denklemin analitik çözümünün yapılamamasına en önemli engeldir. Bu denklemin çözülebilmesi, iki bilinmeyenin teke indirgenmesine yani iki bilinmeyen arasında bir bağıntı yazılabilmesine bağlıdır. Bu bağıntıyı Fick yasasında belirtilen, nötron akımı ve akısı ile elde etmek mümkündür. Fick yasasındaki bu ilişkiyi, süreklilik denkleminde kullanılarak difüzyon denklemini elde etmek mümkün olacaktır. Kısacası denklem

(3.4)'te verilen Fick yasası, denklem (3.5)'te yerine yazılırsa (Lamarsh ve Baratta, 2001);

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi + S = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (3.6)$$

ifadesi elde edilir. Burada  $\nabla^2 = \text{div grad}$ , Laplace operatörüdür. Denklem (3.1)'deki nötron akısı ifadesinden, nötron yoğunluğu  $n = \phi/v$  olarak alınıp denklem (3.6)'da yerine yazılırsa,

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi + S = \frac{1}{v}\frac{\partial\phi}{\partial t} \quad (3.7)$$

elde edilir. Bu ifade en genel haliyle difüzyon denklemi olarak bilinir. Belirlenen hacim içerisinde nötron akısı zamanla değişmiyor, kayıplar ve kazançlar birbirini dengeliyor ve işletme şartları için kritiklik seviyesi sabit kalıyorsa ( $\frac{\partial\phi}{\partial t} = 0$  ise), zamandan bağımsız difüzyon denklemi;

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi + S = 0 \quad (3.8)$$

şeklinde yazılabilir. Zamandan bağımsız difüzyon denklemi başka bir gösterimle,

$$\nabla^2\phi - \frac{1}{L^2}\phi = -\frac{S}{D} \quad (3.9)$$

gibi de yazılabilir. Burada  $L^2$ ,

$$L^2 = \frac{D}{\Sigma_a} \quad (3.10)$$

ile verilir ve hacim elemanı içerisinde gerçekleşen *difüzyon alanı* olarak adlandırılırken,  $L$  ise *difüzyon uzunluğu* olarak ifade edilmektedir. Difüzyon uzunluğunun birimi cm, dolayısıyla difüzyon alanının birimi ise  $\text{cm}^2$ 'dir. Difüzyon uzunluğu nükleer mühendislikte, reaktör kalbi içerisinde belirli reaksiyonlar sonucu

ortaya çıkan nötronun bulunduğu konumdan, absorbe olmuş ise absorbe olduğu konuma kadar aldığı ortalama serbest yolu ifade etmektedir.

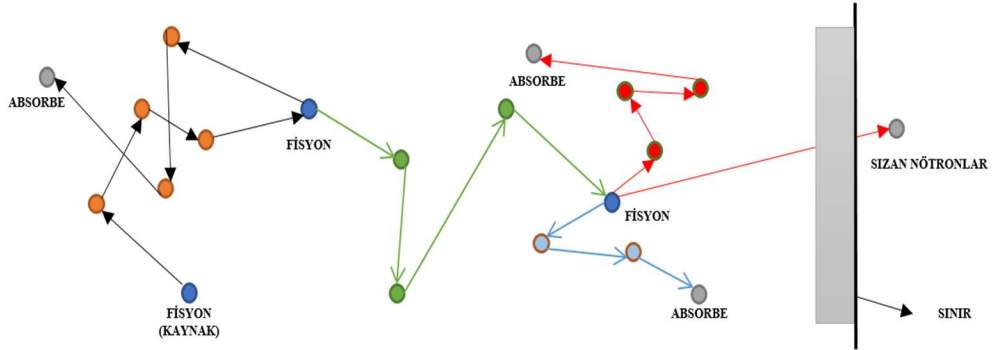
### 3.4. Nötron Transport Denklemi

Nötron transport denkleminin tanımlanması, reaktör içerisinde bulunan nötronların hareketlerinin tahmininde ve bu hareketlere bağlı olarak oluşacak olayların reaktör işletmesinde önemli bir yeri olan kritiklik seviyesinin hesaplanmasında büyük önem arz etmektedir. Nötron transport denklemi türetilirken göz önüne alınması gereken birçok durum ve olay vardır. Ancak bu durum ve olasılıkların tamamının dikkate alınması denklemin çözümünü zorlaştıracığından ve hatta imkânsıza sürükleyeceğinden, en azından yaklaşık çözümlere ulaşabilmek için bazı kabullenmelerin yapılması kaçınılmaz olmaktadır. Bunlar;

- Nötronların noktasal konumlarının elde edilmesi ve enerjilerinin belirlenmesi için nötronlar noktasal parçacıklarımız gibi düşünülmelidirler.
- Nötronların gerçekleştirdikleri çarpışmaların noktasal olarak gerçekleştiği ve bu çarpışmalar sonucunda doğrusal yollar izledikleri düşünülmelidir.
- Önceki kabul maddelerinde belirtilen nötronların enerjisi her zaman aynı olmayacaktır. Çok düşük enerjili nötronlar da nadiren de olsa reaktör içerisinde bulunacaktır. Çok düşük enerjili nötronlar çarpışmalar sonrasında dalga hareketi gibi hareket edeceklerinden dolayı konumlarında belirsizlikler oluşacaktır. Bu tür durumlar reaktör içerisinde ihmal edilecek düzeyde olduklarından nötron transport denkleminin türetilmesinde bu durum göz ardı edilmelidir.
- Nötronların reaktör içerisinde diğer atomlar ile tepkimeleri anlık olarak gerçekleşmeli ve tepkimeler sonucunda açığa çıkabilecek parçacıkların anlık olarak oluşması kabul edilmelidir.

- Reaktör kalbinin içerisinde bulunduğu hacmin izotropik olduğu kabul edilmelidir.
- Reaktörde belli bir hacim içerisindeki nötron yoğunluğu için ortalama bir değer olan beklenen değer alınmalıdır.
- Reaktörde belli bir hacim içerisinde nötron-çekirdek tepkimeleri göz önünde bulundurulmalı nötron-nötron tepkimeleri ihmal edilmelidir (Lewis ve Miller, 1993).

Nötron transport denkleminin çözümünde karmaşık matematiksel terimleri en aza indirmek ve denklemin çözümünün elde edilmesi için yukarıda belirtilen kabuller yapılmalıdır.



Şekil 3.1. Nötron transportunun olası şeması

Yukarıda açıklanan kabullenimler ve vektör analizleri kullanılırsa, en genel haliyle kaynağın olmadığı bir ortamda zamandan bağımsız nötron transport denklemini,

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \psi(r, \boldsymbol{\Omega}) + \sigma_T \psi(r, \boldsymbol{\Omega}) = \int_{\boldsymbol{\Omega}'} \psi(r, \boldsymbol{\Omega}') \sigma_S(\boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega}) d\boldsymbol{\Omega}' \quad (3.11)$$

ile verilir (Bell ve Glasstone; 1970). Bu denklemde bulunan terimler kısaca şöyle açıklanabilir:

$\Omega'$  : hacim içerisinde yer alan nötronların reaksiyona girmeden önceki hızı yönündeki birim vektör.

$\Omega$  : hacim içerisinde yer alan nötronların reaksiyona girdikten sonraki hızı yönündeki birim vektör.

$d\Omega'$  : katı açı.

$\psi(r, \Omega)$  :  $r$  noktasında ve  $\Omega$  doğrultusundaki açısal nötron akısı.

$\sigma_T$  : makroskopik toplam tesir kesiti.

$\sigma_S(\Omega' \cdot \Omega)$ : makroskopik saçılma tesir kesiti.

Denklem (3.11)'den görüldüğü gibi, transport denklemi şekil olarak difüzyon denklemine benzemektedir. (3.11) denkleminin sol tarafındaki ilk terim hiçbir etkileşme yapmadan ortamı terk eden yani sızıntıya uğrayan nötronları temsil etmektedir. Yine sol taraftaki ikinci terim, toplam makroskopik tesir kesiti içerdiğinden, her türlü etkileşme yoluyla kaybolan (absorbe olan) nötronları temsil etmektedir. (3.11) denkleminin sağ tarafındaki terim ise reaktör ortamında olmayıp dışarıdaki bir bölgeden saçılma gibi reaksiyonlar sonucunda transport denkleminin türetildiği hacim elemanı içine giren nötronları temsil etmektedir. Nötron transport denklemi ile difüzyon denklemi arasındaki en önemli fark bu terimdir. Difüzyon denkleminde bu terim yoktur. Bununla beraber, denklem (3.11)'de verilen transport denkleminde kaynak terimi yer almamaktadır; eğer olsaydı bu terim eşitliğin sağ tarafında olurdu. Burada kaynağın olmadığı ortamı düşünmek, her ne kadar gerçek ortamın taklit edilmesinde kabul edilemez gibi olsa da, denklem (3.11)'de verilen haliyle transport denkleminin kritik (sabit güç üreten) bir reaktörü temsil etmekte oldukça başarılı olduğu söylenebilir. Çünkü kritik bir reaktör, güç üretiminin sabit olduğu, fisyon sayısının sabit olduğu ve dolayısıyla da ortamdaki nötron sayısının sabit kaldığı reaktör olarak anlamlandırılabilir. Böylece denklem (3.11)'deki şekline göre transport denklemi, sızıntı veya reaksiyon yoluyla kaybolan nötron sayısının dışarıdan saçılmalar yoluyla hacim elemanı içine giren nötron sayısına eşit olduğunu iddia etmektedir (Bell ve Glasstone; 1970).

Denklem (3.11)'de yer alan konum, hız yönündeki birim vektör ve doğrultu kosinüsü, transport denkleminin değişik geometrilere çözümünü belirlemektedir. Transport denklemi hangi geometride çözülmek isteniyorsa, bu vektörler o geometriye uygun bir şekilde yazılmalıdır. Örneğin küresel geometri için konum vektörü,

$$\mathbf{r} = |\mathbf{r}|\sin\theta\cos\varphi\mathbf{i} + |\mathbf{r}|\sin\theta\sin\varphi\mathbf{j} + |\mathbf{r}|\cos\theta\mathbf{k} \quad (3.12)$$

ile ifade edilmektedir. Nötronların reaksiyona girmesi sonrası hızları yönündeki birim vektörü ise,

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = \sin\theta\cos\varphi\mathbf{i} + \sin\theta\sin\varphi\mathbf{j} + \cos\theta\mathbf{k} \quad (3.13)$$

ile verilmektedir. Denklem (3.13)'de  $\mu = \cos\theta$  olarak ve  $\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \mu^2}$  şeklinde yazılabilir. Buna göre denklem (3.13) yeniden yazılırsa,

$$\boldsymbol{\Omega} = \sqrt{1 - \mu^2}\cos\varphi\mathbf{i} + \sqrt{1 - \mu^2}\sin\varphi\mathbf{j} + \mu\mathbf{k}, \quad (3.14)$$

olur. Benzer şekilde nötronların reaksiyon öncesi geliş doğrultusundaki birim vektörü,

$$\boldsymbol{\Omega}' = \sqrt{1 - \mu'^2}\cos\varphi'\mathbf{i} + \sqrt{1 - \mu'^2}\sin\varphi'\mathbf{j} + \mu'\mathbf{k}, \quad (3.15)$$

ile ifade etmek mümkündür. Bunların yanı sıra,  $0 \leq \theta \leq \pi$  ve  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  tanım aralıklarıyla beraber  $d\boldsymbol{\Omega}'$  katı açısı,

$$d\boldsymbol{\Omega}' = \sin\theta d\theta d\varphi \quad (3.16)$$

ile verilebilir.  $\boldsymbol{\Omega}'$  ve  $\boldsymbol{\Omega}$  birim vektörleri arasındaki açının kosinüsü, skaler çarpım kavramından faydalanılarak bulunabilir. Buna göre,

$$\mu_0 = \boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}' = \cos\theta = \mu\mu' + \sqrt{1 - \mu^2}\sqrt{1 - \mu'^2}\cos(\varphi - \varphi'), \quad (3.17)$$

bulunur. Burada  $\mu_0$ 'a saçılma açısının kosinüsü adı verilmektedir (Lewis ve Miller; 1993).

Bu tez çalışmasında tek hızlı nötronlar için tek boyutlu dilim geometride difüzyon mesafesi problemi çalışılacağından dolayı, nötron transport denkleminin tek boyutlu dilim geometrideki gösterimi kullanılacaktır. Buna göre, denklem (3.11)'de en genel haliyle verilen nötron transport denklemi, tek hızlı nötronlar, izotropik saçılmalı ve dış kaynağın olmadığı bir ortam, düzgün (uniform) ve sonlu dilim geometri için yeniden düzenlenirse,

$$\mu \frac{\partial \psi(x, \mu)}{\partial x} + \sigma_T \psi(x, \mu) = \frac{c\sigma_T}{2} \int_{-1}^1 \psi(x, \mu') d\mu' \quad (3.18)$$

ifadesi elde edilir. Burada  $c = \sigma_S / \sigma_T$ 'dir ve çarpışma başına ortalama ikincil nötron sayısıdır. Bu çalışmanın devamında *nötron transport denklemi* olarak ifade edilecek ve çalışmada kullanılacak denklem, denklem (3.18)'dir (Case ve Zweifel, 1967).

### 3.5. Difüzyon Mesafesi: Yüksek Mertebeden $P_N$ yaklaşımı

Bu çalışmanın ilk bölümünde, transport denkleminde yüksek mertebeden  $P_N$  yaklaşımı yapılarak difüzyon mesafesi probleminin çözümü aranacaktır. Bu yarı analitik yöntem, daha önce transport teorisindeki birçok problemin çözümünde kullanılmış ve çok iyi sonuçlar elde edilmiştir (Williams, 1971; Aranson, 1984; Lee ve Dias, 1984; Kamiuto ve Seki, 1987). Artık konvansiyonel olarak bilinen bu yöntemle öyle sonuçlar bulunmuştur ki, bazı problemlerin çözümünde bulunan sonuçlar gerçek (tam) sonuçlara çok yaklaşmış ve bu nedenle  $P_N$  yaklaşımının sonuçları transport teorisindeki birçok problemde temel ölçüt (benchmark) olarak kabul görmüştür. Bu nedenle, daha öncesinde yöntem adı verilen Legendre polinomları hakkında özet bir bilgi vermek faydalı olacaktır.

Legendre polinomları, Adrien-Marie Legendre tarafından Laplace'in potansiyel teorisi üzerine çalışmalarını yoğunlaştırdığı sırada Legendre polinomları olarak

bildiğimiz polinomları fark etmiştir. Legendre polinomları bazı belli problemleri (yer çekimi, elektrik, akışkanlar) çözmeye yönelik kısmi diferansiyel bir denklemdir:

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + n(n + 1)y = 0, \quad (3.19)$$

ve bu denklemin çözümleri dik (ortogonal) bir polinom ailesi olan Legendre polinomlarını verir ve  $P_n(x)$  şeklinde gösterilir. Aşağıdaki çizelgede 9. mertebeye kadar genişletilmiş Legendre polinomları verilmiştir;

$n$	$P_n(x)$
0	1
1	$x$
2	$\frac{1}{2}(3x^2 - 1)$
3	$\frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$
4	$\frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$
5	$\frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$
6	$\frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)$
7	$\frac{1}{16}(429x^7 - 693x^5 + 315x^3 - 35)$
8	$\frac{1}{128}(6435x^8 - 12012x^6 + 6930x^4 - 1260x^2 + 35)$
9	$\frac{1}{128}(12155x^9 - 25740x^7 + 18018x^5 - 4620x^3 + 315x)$

Bu çalışmanın ilk bölümünde tek hızlı nötronlar için tek boyutlu dilim geometride, izotropik saçılmalı ortamda  $P_N$  yöntemi kullanılacağından ve bu yöntemde Legendre polinomlarını kullandığından, Legendre polinomlarının tekrarlama bağıntısına;

$$(n + 1)P_{n+1}(x) - (2n + 1)xP_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0 \quad (3.20)$$

ve diklik bağıntısına;

$$\int_{-1}^1 P_m(x)P_n(x)dx = \frac{2}{2n+1} \delta_{n,m} \quad (3.21)$$

ihtiyaç duyulmaktadır (Arfken, 1985; Abramowitz ve Stegun, 1972);

Buna göre,  $P_N$  yaklaşımında açısız nötron akısı,

$$\psi(x, \mu) = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \Phi_n(x) P_n(\mu) \quad (3.22)$$

şeklinde bir seri açılımla ifade edilmektedir. Burada  $\Phi_n(x)$  akı momentlerini ve  $P_n(\mu)$  ise Legendre polinomlarını temsil etmektedir (Bell ve Glasstone, 1970; Case ve Zweifel, 1967). Nötron akı momentleri,

$$\Phi_n(x) = \int_{-1}^1 \psi(x, \mu) P_n(\mu) d\mu \quad (3.23)$$

denklemleri ile ifade edilmektedir. Yöntemin yürütülmesindeki ilk adım: Denklem (3.22)'de verilen açısız nötron akısının denklem (3.18)'de verilen tek boyutlu transport denkleminde yerine yazılmasıdır. Daha sonra elde edilen eşitliğin her iki tarafı  $P_n(\mu)$  ile çarpılıp  $[-1, 1]$  aralığında  $\mu$  üzerinden integrali alınmaktadır. Burada ortaya çıkan integrallerin alınmasında matematiğin yürütülebilmesi ve sonuçların hızlı bulunabilmesi için denklem (3.20) ve (3.21)'de verilen Legendre polinomlarının sırasıyla tekrarlı ve diklik bağıntıları kullanılmaktadır. Buna göre elde edilen son eşitlik, akı momentleri için genel bir ifade olmaktadır;

$$(n+1) \frac{d\Phi_{n+1}(x)}{dx} + n \frac{d\Phi_{n-1}(x)}{dx} + (2n+1) \sigma_T \Phi_n(x) = (2n+1) c \sigma_T \Phi_0(x) \delta_{n,0} \quad (3.24)$$

Burada  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Ancak buradan açıkça görülebilmektedir ki, bu denklemin çözümünde  $n$ 'nin alacağı sonsuz değer bulunmaktadır. Dolayısıyla, sonsuz sayıda eşitlikten oluşan bir denklem sistemi elde edilmektedir. Bu noktada akıların sonsuz sayıdaki bu denklem sisteminin nasıl çözüleceği gibi bir sorunun gelmesi kaçınılmazdır. Küresel harmonikler ( $P_N$ ) yönteminde her  $n$  değerine karşılık o

mertebeden  $P_N$  yaklaşımı için moment denklemleri bulunabilir. Bu yaklaşımda izlenen yol, bir eğrinin altında kalan alanı hesaplarken kullanılan sürece benzetilebilir. Bir eğrinin altındaki alanı daha küçük alanlara bölüp tıpkı integral hesabındaki gibi küçük alanları toplayarak sonucu bulmak en olası yöntemlerden birisidir. Denklem (3.24)'teki  $n$  sayısı yapılacak yaklaşımın mertebesini göstermektedir. Bu nedenle,  $n$  ne kadar büyük bir değer olursa, o kadar yüksek mertebeden bir yaklaşım yapılmış ve dolayısıyla tam sonuçlara o kadar yaklaşmış demektir.

$P_N$  yönteminde yapılan yaklaşımda yukarıda bahsedildiği gibi nötron akısının bulunduğu bölge  $N+1$  bölüme bölünmektedir. Bu bölümlerden sonuncu yani  $(N+1)$  bölümdeki akının nötron akısına katkısının yok denecek kadar az olduğu varsayılmaktadır. Aynı zamanda bu varsayım, akının birinci türevi için de geçerli olacaktır:  $\Phi_{N+1}(x) = 0$  ve türevi  $d\Phi_{N+1}(x)/dx = 0$ 'dır. Dolayısıyla, bu yaklaşımın gerçekçi olabilmesi için nötron akısı bölgesinin mümkün olduğu kadar çok bölgeye bölünmesi istenmektedir. Bununla beraber, denklem (3.24)'ün çözülmesindeki en önemli engel bilinmeyen sayısının denklem sayısından fazla olmasıdır. Bu demektir ki, böyle bir denklem sisteminin bu haliyle analitik çözümünün bulunması mümkün değildir. O nedenle, denklem sayısının bilinmeyen sayısına eşitlenmesi gerekmektedir. İşte tam bu noktada,  $P_N$  yönteminde yapılan, akının ve birinci türevinin sifıra eşitlenmesinin en önemli sebebinin ortaya çıktığı görülmektedir. Bu kabullenim ile denklem sayısı bilinmeyen sayısına eşitlenmiş demektir.

$P_N$  yönteminin en düşük mertebeden yaklaşımı olan  $P_1$  yaklaşımında, denklem (3.24)'te  $n = 0$  ve  $n = 1$  yazılarak elde edilen denklemler, sırasıyla;

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + \sigma_T(1 - c)\Phi_0(x) = 0 \quad (n = 0), \quad (3.25)$$

$$2 \frac{d\Phi_2(x)}{dx} + \frac{d\Phi_0(x)}{dx} + 3\sigma_T\Phi_1(x) = 0 \quad (n = 1), \quad (3.26)$$

ile verilir.  $P_1$  yaklaşımında göre,  $N = 1$  olduğu için, yöntemle göre  $\Phi_2(x) = 0$  ve  $d\Phi_2(x)/dx = 0$  kabul edilmektedir. Bunlar, denklem (3.25) ve denklem (3.26)'ya uygulanırsa ve sonuçta denklem (3.26)'dan  $\Phi_1(x)$  alınırsa,

$$\Phi_1(x) = -\frac{1}{3\sigma_T} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.27)$$

elde edilir. Denklem (3.27), daha önce denklem (3.4)'te verilen Fick yasası ile tam bir uyum içindedir, yani tamamen benzerdir. Bu denkleme göre,  $\Phi_1(x)$  nötron akımına,  $\Phi_0(x)$  ise nötron skaler akısına karşılık gelmektedir. Son olarak  $1/(3\sigma_T)$  terimi de difüzyon katsayısı  $D$ 'ye eşittir. Denklem (3.27), denklem (3.25)'te yerine yazılırsa,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - 3\sigma_T^2(1-c)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.28)$$

bulunur. Sonuç olarak elde edilen denklem (3.28), denklem (3.9)'da verilen klasik difüzyon teorisi ile elde edilen difüzyon denklemiyle bire bir örtüşmektedir. Aralarındaki tek fark, denklem (3.9)'da bir kaynak teriminin olmasıdır. Ancak denklem (3.28), denklem (3.18)'de verilen kaynağın olmadığı transport denkleminde elde edildiğinden kaynak terimi içermemektedir. Bu nedenle, sonsuz bir ortamdaki izotropik düzlem kaynak için  $P_1$  yaklaşımının difüzyon teorisi ile eşdeğer olduğunu söylemek mümkündür. Kısacası,  $P_1$  yaklaşımına difüzyon yaklaşımı da denilmektedir.

Denklem (3.28), denklem (3.9)'daki klasik difüzyon denklemi ile eşdeğer olduğuna göre, denklem (3.28)'deki  $\Phi_0(x)$  teriminin çarpanı olan  $3\sigma_T^2(1-c)$  katsayısı,  $1/L^2$ 'ye eşit olmalıdır. Veya difüzyon mesafesi olarak,

$$|L| = \frac{1}{\sigma_T\sqrt{3(1-c)}} \quad (3.29)$$

şeklinde de yazılabilir.

$P_3$  yaklaşımı kullanılarak da difüzyon mesafesi için bir ifade türetmek mümkündür. Akı momentleri için türetilen genel ifade olan denklem (3.24)'de sırasıyla  $n = 0, 1, 2$  ve 3 yazılırsa, sırasıyla;

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + \sigma_T(1 - c)\Phi_0(x) = 0 \quad (n = 0) \quad (3.30)$$

$$2\frac{d\Phi_2(x)}{dx} + \frac{d\Phi_0(x)}{dx} + 3\sigma_T\Phi_1(x) = 0 \quad (n = 1) \quad (3.31)$$

$$3\frac{d\Phi_3(x)}{dx} + 2\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + 5\sigma_T\Phi_2(x) = 0 \quad (n = 2) \quad (3.32)$$

$$4\frac{d\Phi_4(x)}{dx} + 3\frac{d\Phi_2(x)}{dx} + 7\sigma_T\Phi_3(x) = 0 \quad (n = 3) \quad (3.33)$$

eşitlikleri elde edilir.  $P_N$  yönteminin gereği olan  $\Phi_{N+1}(x) = 0$  ve  $d\Phi_{N+1}(x)/dx = 0$  yaklaşımlarına göre  $P_3$  yaklaşımında  $\Phi_4(x) = 0$  ve  $d\Phi_4(x)/dx = 0$  olmalıdır. Buna göre, denklem (3.33)'te bu koşullar uygulanır ve kalan eşitliklerdeki akı ve türevleri birbiri yerine yazılırsa, başka bir ifadeyle denklem (3.30), (3.31), (3.32) ve (3.33) birlikte çözümlerse,

$$\frac{d^4\Phi_0(x)}{dx^4} + \sigma_T^2 \left( \frac{55}{9}c - 10 \right) \frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} + \frac{35}{3}\sigma_T^4(1 - c)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.34)$$

denklemini elde edilir. Denklem (3.34), 4. mertebeden lineer, homojen ve sabit katsayılı bir diferansiyel denklemdir. Böyle bir diferansiyel denklemin beklenen çözümü üstel bir fonksiyondur. Bu üstel fonksiyonun kökleri, denklem (3.34)'ün eşdeğeri bir karakteristik denklem yazılarak bulunabilir:

$$Am^4 + Bm^2 + C = 0, \quad (3.35)$$

Polinom şeklindeki bu denklem, denklem (3.34)'ün karakteristik denklemdir ve 4 tane kökü olacaktır:  $m_1, m_2, m_3$  ve  $m_4$ . Her köke karşılık gelen  $\exp(m_1x)$ ,  $\exp(m_2x)$ ,  $\exp(m_3x)$  ve  $\exp(m_4x)$  şeklinde çözümler olacaktır. Bu çözümlerin her biri denklem

(3.34)'ün bir çözümü olduğuna göre, bunların lineer kombinasyonu da bir çözüm olmalıdır. Bu anlamda denklem (3.34)'ün genel çözümü;

$$\Phi_0(x) = c_1 e^{m_1 x} + c_2 e^{m_2 x} + c_3 e^{m_3 x} + c_4 e^{m_4 x}, \quad (3.36)$$

şeklinde yazılabilir; burada  $c_1, c_2, c_3$  ve  $c_4$  katsayıları başlangıç ve sınır koşulları yardımıyla bulunabilir. Ancak bu çalışmada, akı problemi ile değil difüzyon mesafesi problemi ile ilgilendiğimizden daha fazla ilerlemeye gerek duyulmamıştır (Shepley, 1985).

Buna göre,  $c < 1$  ve  $c > 1$  için bulunan köklerin durumu ayrı ayrı incelenmelidir. Örneğin  $c < 1$  değerleri için, denklem (3.34)'teki diferansiyel denklemin karakteristik formu olan denklem (3.35) çözüldüğünde bulunan köklerin tamamı gerçek sayı çıkmaktadır. Bu gerçek köklerden en küçüğünün tersinin mutlak değeri bu yaklaşıma göre beklenen en büyük difüzyon mesafesini verecektir. Bu yapılan kısa tarife göre,  $P_3$  yaklaşımında  $c < 1$  için difüzyon mesafesi,

$$|L| = \frac{6}{\sigma_T \sqrt{10(18-11c) - 2\sqrt{5[c(605c-122)+864]}}} \quad (3.37)$$

şeklinde bulunmuş olur.

$c > 1$  değerleri için difüzyon mesafesi hesaplanırken köklerden bir çiftinin sanal (imajiner), diğerlerinin ise gerçek (reel) çiftler halinde çıktığı görülmektedir. Bu durumda difüzyon mesafesi, sanal kökün tersinin mutlak değeri yani  $|iL|$  olarak bulunmaktadır. Kısacası, sanal kökün kullanılması durumunda, difüzyon mesafesi için  $|iL|$  hesabının yapılması gerektiği bilinmelidir. Bu durum, bütün mertebe yaklaşımları için geçerlidir (Bell ve Glasstone, 1970).

Bu çalışmada,  $P_N$  yöntemi kullanılarak  $N = 9$ . mertebeye kadar difüzyon mesafesi için ifadeler türetilmiş ve çeşitli  $c$  değerleri için difüzyon mesafeleri hesaplanmıştır.  $P_1$  ve  $P_3$  yaklaşımları kullanılarak elde edilen difüzyon mesafeleri ifadeleri sırasıyla denklem (3.29) ve denklem (3.37)'de verilmiştir.  $P_5, P_7$  ve  $P_9$  yaklaşımları

kullanılarak da difüzyon mesafeleri için analitik ifadeler türetilmiştir. Ancak, bu yüksek mertebeden yaklaşımlarda elde edilen denklemlerde çok fazla terim bulunduğundan burada her birine yer verilmesine gerek olmadığı düşünülmüştür. Yüksek mertebeden yapılan yaklaşımlarda bulunan denklemlerin türetilmesinde, difüzyon mesafesi için ifadelerin oluşturulmasında ve daha sonra sayısal hesaplamalarda Maple 13 yazılımı kullanılmıştır.

### 3.6. Difüzyon Mesafesi: Yüksek Mertebeden $U_N$ Yaklaşımı

Bu çalışmanın ikinci kısmında, çalışmaya çok önemli bir *özgün değer* kazandıran ikinci tip Chebyshev polinomları ( $U_N$ ) yaklaşımı kullanılarak bir boyutlu dilim geometride transport denklemi difüzyon mesafesi problemi için çözülmüştür. Yöntemin uygulanmasında, *daha önce herhangi bir çalışmada yapılmamış* olan yüksek mertebeden yani  $N = 9$ . mertebeye kadar  $U_N$  yaklaşımı yapılmış ve elde edilen difüzyon mesafesi ifadeleri yardımıyla çeşitli  $c$  değerleri için difüzyon mesafeleri hesaplanmıştır. Bu nedenle yöntemi uygulamaya başlamadan önce yöntemde esas olarak kullanılan ikinci tip Chebyshev polinomları hakkında kısa bir özet verilecektir.

Chebyshev polinomları Rus bilim adamı Pafnuty Chebyshev tarafından bulunmuştur. Daha sonrasında polinomlara Lanczos ve Clenshow farklı yaklaşımlar yaparak yaklaşım polinomlarını oluşturmuşlardır. Chebyshev polinomları da Legendre polinomları gibi birçok alanda farklı problemleri karakterize ederek çözüm yolu oluşturulmasında kullanılmaktadır. Chebyshev polinomları,

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y(x)}{dx^2} - x \frac{dy(x)}{dx} + n^2 y(x) = 0, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.38)$$

diferansiyel denkleminin genel çözümü olarak bilinmektedir. Bu diferansiyel denklemin genel çözümü,

$$y(x) = AT_n(x) + BU_n(x), \quad |x| < 1 \quad (3.39)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $T_n(x)$  birinci tip  $U_n(x)$  ise ikinci tip Chebyshev polinomlarını temsil etmektedir. Aşağıda 9. mertebeye kadar genişletilmiş birinci ve ikinci tip Chebyshev polinomları verilmiştir:

$N$	$T_n(x)$	$U_n(x)$
0	1	1
1	$x$	$2x$
2	$2x^2 - 1$	$4x^2 - 1$
3	$4x^3 - 3x$	$8x^3 - 4x$
4	$8x^4 - 8x^2 + 1$	$16x^4 - 12x^2 + 1$
5	$16x^5 - 20x^3 + 5x$	$32x^5 - 32x^3 + 6x$
6	$32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$	$64x^6 - 80x^4 + 24x^2 - 1$
7	$64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x$	$128x^7 - 192x^5 + 80x^3 - 8x$
8	$128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1$	$256x^8 - 448x^6 + 240x^4 - 40x^2 + 1$
9	$256x^9 - 576x^7 + 432x^5 - 120x^3 + 9x$	$512x^9 - 1024x^7 + 672x^5 - 160x^3 + 10x$

Bu tez çalışmasında ikinci tip Chebyshev polinomları ( $U_N$ ) yaklaşımı ile transport teoride difüzyon mesafesi problemi inceleneceğinden, sadece ikinci tip Chebyshev polinomları ile ilgili ihtiyaç duyulan bazı özelliklere değinilecektir. Bu özelliklerden en önemli iki tanesi, ikinci tip Chebyshev polinomlarının tekrarlama ve diklik bağıntılarıdır. Bunlar sırasıyla,

$$U_{n+1}(x) - 2xU_n(x) + U_{n-1}(x) = 0, \quad (3.40)$$

$$\int_{-1}^1 U_m(x)U_n(x)\sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{2} \delta_{m,n}, \quad \delta_{m,n} = \begin{cases} 1, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases} \quad (3.41)$$

eşitlikleri ile verilmektedir (Arfken, 1985).

Bu tez çalışmasının *özgün* olan kısmını oluşturan bu bölümde, denklem (3.18)'de verilen transport denkleminde açılal nötron akısı yerine ikinci tip Chebyshev polinomları içeren aşağıdaki seri açılım kullanılacaktır:

$$\psi(x, \mu) = \frac{2}{\pi} \sqrt{1-\mu^2} \sum_{n=0}^N \Phi_n(x) U_n(\mu), \quad -a \leq x \leq a, \quad -1 \leq \mu \leq 1 \quad (3.42)$$

Açısal akının bu formu, daha önce transport denklemindeki difüzyon mesafesi ve kritiklik çalışmalarında defalarca kullanılmış ve literatürle çok uyumlu sonuçlar bulunmuştur (Öztürk, 2008, 2010, 2011, 2012, 2014; Bülbül ve Öztürk, 2013; Öztürk ve ark., 2007, 2010; Tıraş ve ark., 2014; Yapar ve ark., 2015).

Bu çalışmaya *özgün değer kazandıran* kısım ise, transport teorisindeki difüzyon probleminin *yüksek mertebeden*  $U_N$  yöntemi kullanılarak *ilk defa* çalışılacak olmasıdır. Daha önce birinci mertebeden  $U_N$  yaklaşımı ( $U_1$ ) kullanılarak difüzyon mesafesi hesaplamaları kabaca yapılmıştır. Ancak orada, sadece birinci mertebeden bir yaklaşım yapıldığından, nümerik olarak hesaplanan difüzyon mesafeleri, tam sonuçlardan oldukça uzaktır (Öztürk ve ark., 2010). Bu nedenle, yüksek mertebeden  $U_N$  yaklaşımı kullanılarak difüzyon mesafelerinin hesaplanması hem literatüre yeni ve daha yaklaşık sonuçlar kazandıracak hem de yöntemin etkinliği ve önemi biraz daha artacak ve anlaşılacaktır. Ayrıca, yöntemin diğer problemlere de uygulanabilirliği konusunda güvenilirliği artacaktır.

$U_N$  yönteminin uygulanması, bir önceki bölümde verilen  $P_N$  yöntemiyle aynıdır. Burada nötron akı momentleri için genel bir terim elde etmek için, birkaç yaklaşımı ayrı ayrı yapıp elde edilen moment denklemlerine birlikte bakılacaktır. Bunun için birinci mertebeye  $U_1$  yaklaşımında, önce denklem (3.42)'de verilen açısal nötron akısı, denklem (3.18)'deki tek boyutlu transport denkleminde yerine yazılmaktadır. Daha sonra elde edilen eşitliğin her iki tarafı  $U_1(\mu)$  ile çarpılıp  $[-1, 1]$  aralığında  $\mu$  üzerinden integrali alınmaktadır. Burada ortaya çıkan integrallerin alınabilmesi yani denklemlerin hızlı bir şekilde türetilmesi için denklem (3.40) ve (3.41)'de verilen ikinci tip Chebyshev polinomlarının sırasıyla tekrarlı ve diklik bağıntıları kullanılmaktadır. Böylece birinci mertebeye yani  $U_1$  yaklaşımında nötron akıları için elde edilen moment denklemi,

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + 2\sigma_T(1 - c)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.43)$$

şeklinde kolaylıkla bulunabilir. Benzer şekilde, aynı metodoloji izlenip  $U_2$  yöntemi uygulanırsa elde edilen moment denklemi ise,

$$\frac{d\Phi_2(x)}{dx} + \frac{d\Phi_0(x)}{dx} + 2\sigma_T\Phi_1(x) = 0 \quad (3.44)$$

şeklinde bulunmaktadır. Bu yaklaşım mertebeleri arttırılırsa,  $U_3, U_4, U_5, \dots$  yaklaşımları için de moment denklemleri kolaylıkla bulunabilmektedir. Bu tez çalışmasında,  $N = 9$ . mertebe yani  $U_9$  yaklaşımına kadar yapılmış ve bütün moment denklemleri türetilmiştir. Ancak, burada tekrara düşmemek için  $U_1$  ve  $U_2$  yaklaşımlarından elde edilen moment denklemlerinin verilmesi yeterli görülmüştür. Ancak, bütün yaklaşımlardan elde edilen moment denklemleri birlikte izlenip değerlendirildiği zaman, nötron akı momentleri için genel bir ifade türetmek mümkündür:

$$\frac{d\Phi_{n+1}(x)}{dx} + \frac{d\Phi_{n-1}(x)}{dx} + 2\sigma_T\Phi_n(x) = \frac{[1+(-1)^n]}{n+1}\sigma_S\Phi_0(x), \quad (3.45)$$

burada, fiziksel olarak anlamlı olmadığından  $\Phi_{-1}(x) = 0$  olarak kabul edilirse,  $n \geq 0$ 'dır.

Bu yöntemin de ( $U_N$ ) temel dayanağı, bir önceki bölümde detaylı bir şekilde açıklanan  $P_N$  yöntemiyle aynıdır: Yani,  $\Phi_{N+1}(x) = 0$  ve  $d\Phi_{N+1}(x)/dx = 0$ 'dır. Öyleyse  $U_1$  yaklaşımda,  $\Phi_2(x) = 0$  ve  $d\Phi_2(x)/dx = 0$  olmalıdır. Bu koşul, denklem (3.43) ve (3.44)'de bulunan moment denklemlerine uygulanır ve sonuçta denklem (3.44)'den  $\Phi_1(x)$  alınır,

$$\Phi_1(x) = -\frac{1}{2\sigma_T} \frac{d\Phi_0(x)}{dx} \quad (3.46)$$

bulunur. Denklem (3.46) da  $P_N$  yönteminde bulunan denklem (3.27) gibi denklem (3.4)'te verilen Fick yasasına tamamen benzemektedir. Burada yine  $\Phi_1(x)$  nötron akımına,  $\Phi_0(x)$  ise nötron skaler akısına karşılık gelmekle beraber  $1/(2\sigma_T)$  terimi difüzyon katsayısı  $D$ 'ye eşittir. Denklem (3.46), denklem (3.43)'de yerine yazılırsa,

$$\frac{d^2\Phi_0(x)}{dx^2} - 4\sigma_T^2(1-c)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.47)$$

elde edilir. Açıkça görülebileceği gibi denklem (3.47), denklem (3.9)'da verilen klasik difüzyon teorisi ile elde edilen difüzyon denkleminin, dış kaynağın olmadığı bir durum için, bire bir örtüşmektedir. Denklem (3.47) ve denklem (3.9)'un denklemlerinden yola çıkarak, denklem (3.47)'deki  $\Phi_0(x)$  teriminin çarpanı olan  $4\sigma_T^2(1-c)$  katsayısı,  $1/L^2$ 'ye eşit olmalıdır. Bu durumda difüzyon mesafesi,

$$|L| = \frac{1}{2\sigma_T\sqrt{(1-c)}} \quad (3.48)$$

şeklinde yazılabilir.

$U_3$  yaklaşımı yapılarak difüzyon mesafesi hesaplamak için de benzer bir yöntem izlenmelidir. Buna göre,  $n = 0, 1, 2, 3$  olacak şekilde denklem (3.45)'den moment denklemleri,

$$\frac{d\Phi_1(x)}{dx} + 2\sigma_T(1-c)\Phi_0(x) = 0 \quad (3.49)$$

$$\frac{d\Phi_2(x)}{dx} + \frac{d\Phi_0(x)}{dx} + 2\sigma_T\Phi_1(x) = 0 \quad (3.50)$$

$$\frac{d\Phi_3(x)}{dx} + \frac{d\Phi_1(x)}{dx} + 2\sigma_T\Phi_2(x) = \frac{2}{3}\sigma_S\Phi_0(x) \quad (3.51)$$

$$\frac{d\Phi_4(x)}{dx} + \frac{d\Phi_2(x)}{dx} + 2\sigma_T\Phi_3(x) = 0 \quad (3.52)$$

şeklinde elde edilir. Yöntem gereği olarak  $\Phi_{N+1}(x) = 0$  ve  $d\Phi_{N+1}(x)/dx = 0$  koşulu  $U_3$  yaklaşımına uyarlanırsa,  $\Phi_4(x) = 0$  ve  $d\Phi_4(x)/dx = 0$  olmalıdır. Bu şartlar (3.49) ve (3.52) denklemlerine uygulanır ve geriye kalan eşitlikler birbiri içine yazılarak çözümlenirse,

$$\frac{d^4\Phi_0}{dx^4} + \sigma_T^2 \left( \frac{20}{3}c - 12 \right) \frac{d^2\Phi_0}{dx^2} + 16\sigma_T^4(1-c)\Phi_0 = 0 \quad (3.53)$$

ifadesi elde edilir. Denklem (3.53), tıpkı  $P_N$  yönteminde bulunan denklem (3.34) gibi, 4. mertebeden lineer, homojen ve sabit katsayılı bir diferansiyel denklemdir. Bu

diferansiyel denklemin beklenen çözümü de, denklem (3.34) gibi üstel bir fonksiyondur. Bu üstel fonksiyonun kökleri, denklem (3.53)'ün eşdeğeri bir karakteristik denklem yazılarak bulunabilir. Bu karakteristik denklem tıpkı denklem (3.35) gibi dördüncü mertebeden bir polinoma benzemektedir. Bu polinoma ait dört adet kök, denklem (3.36) gibi genel çözümde kullanılabilir. Ancak burada yine difüzyon mesafesine odaklandığımızdan,  $c < 1$  ve  $c > 1$  için bulunan köklerin durumuna odaklanılmalıdır. Örneğin  $c < 1$  için, aynı  $P_N$  yönteminde olduğu gibi, karakteristik denklemin bütün kökleri gerçek olarak bulunmaktadır. Bu gerçek köklerin en küçüğünün tersinin mutlak değeri bu yaklaşıma göre beklenen en büyük difüzyon mesafesini verecektir. Yine bu tariften yola çıkarak,  $U_3$  yaklaşımında  $c < 1$  için difüzyon mesafesi,

$$|L| = \frac{3}{\sigma_T \sqrt{54 - 30c - 6\sqrt{25c^2 - 54c + 27}}} \quad (3.54)$$

olarak kolaylıkla bulunur.

$c > 1$  değerleri için difüzyon mesafesi hesaplamaları yapılırken  $P_N$  yönteminde izlenen yolun aynısı izlenmelidir. Burada da karakteristik denklemin çözümü sonucu bulunan köklerden bir çiftinin sanal (imajiner), diğerlerinin ise gerçek (reel) çiftler halinde çıktığı görülmektedir. Bu durumda difüzyon mesafesi, sanal kökün tersinin mutlak değeri yani  $|iL|$  olarak bulunmaktadır. Kısacası, sanal kökün kullanılması durumunda, difüzyon mesafesi için  $|iL|$  hesabının yapılması gerektiği bilinmelidir. Bu durum, bütün mertebeye yaklaşımları için geçerlidir. Buraya kadar yapılan analitik ve nümerik hesaplamalarda izlenen yol incelendiğinde, her iki yöntemin de aynı aşamaları gerçekleştirdiği görülmektedir.

Bu çalışmanın ikinci ve özgün olan bölümünde,  $U_N$  yöntemi kullanılarak  $N = 9$ . mertebeye kadar difüzyon mesafesi için ifadeler türetilmiş ve çeşitli  $c$  değerleri için difüzyon mesafeleri hesaplanmıştır.  $U_1$  ve  $U_3$  yaklaşımları tüm detayları açıklanmış bir şekilde kullanılarak elde edilen difüzyon mesafeleri ifadeleri sırasıyla denklem (3.46) ve denklem (3.52)'de verilmiştir.  $U_5$ ,  $U_7$  ve  $U_9$  yaklaşımları kullanılarak da difüzyon mesafeleri için analitik ifadeler türetilmiştir. Ancak, bu yüksek mertebeden

yaklaşımarda elde edilen denklemlerde çok fazla terim bulunduğundan burada her birine yer verilmesine gerek olmadığı düşünülmüştür. Yüksek mertebeden yapılan yaklaşımlarda bulunan denklemlerin türetilmesinde, difüzyon mesafesi için ifadelerin oluşturulmasında ve daha sonra sayısal hesaplamalarda Maple 13 yazılımı kullanılmıştır.

Gerek  $P_N$  yöntemi ve gerekse  $U_N$  yöntemi kullanılarak difüzyon mesafesi için elde edilen analitik ifadeler kullanılarak çeşitli  $c$  değerleri için yapılan nümerik hesaplamalar çizelgelerde verilmiştir. Bütün nümerik hesaplamalar yapılırken Maple 13 programı kullanılmıştır. Her ne kadar çok uzun ifadeler nedeniyle 3. mertebeden daha büyük yaklaşımlardan elde edilen difüzyon mesafesi ifadelerine burada yer verilememişse de, en azından yöntemin doğruluğu ve tutarlılığını test etmek için, çizelgelerdeki 1. ve 3. mertebe yaklaşımları için verilen sonuçlar, bu yaklaşımlar için bulunan ve verilen ifadelerden ayrıca hesaplanabilir.

#### 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Nötron transport denkleminin çözümüne yönelik yeni yaklaşımlar kullanılarak bugüne kadar birçok çalışma yapılmıştır. Denklemde Legendre polinomları ( $P_N$  yaklaşımı) genellikle doğru sonuçlar verdiği için temel ölçüt (benchmark) olarak kabul görmüştür. Bu tez çalışmasında Legendre polinomlarına alternatif olacak ikinci tip Chebyshev polinomları ( $U_N$  yaklaşımı) kullanılarak bir çözüm önerisinde bulunulmuştur. Tez çalışmasında denklemin çözümüne geçmeden önce sırasıyla Fick yasası, süreklilik denklemi ve difüzyon denkleminde bahsedilmiş daha sonrasında tez çalışmasının konusu olan tek hızlı nötronlar için tek boyutlu dilim geometride difüzyon mesafesi problemi çalışılacağından dolayı nötron transport denkleminin tek boyutlu dilim geometride gösterimi verilmiştir. Saçılma fonksiyonu olarak izotropik saçılma fonksiyonu kullanılmış olup denklem çözümlerinde Maple 13 programından faydalanılmıştır. Toplam makroskopik tesir kesitinin normalize edilmiş değeri olan  $\sigma_T = 1 \text{ cm}^{-1}$  kullanılmıştır.

Nötron transport denkleminin çözümü için öncelikle temel ölçüt olarak kabul gören Legendre polinomları ( $P_N$ ) yaklaşımı kullanılmıştır. Bu yaklaşımda, nötron açılma akısı denklem (3.22)'de verilen şekliyle seriye açılmış ve denklem (3.18)'de ifade edilen transport denkleminde yerine yazılmıştır. Daha sonra, Legendre polinomları için denklem (3.20)'de verilen tekrarlama bağıntısı ve denklem (3.21)'de verilen diklik bağıntısı kullanılarak denklem (3.24)'deki  $P_N$  moment denklemleri en genel haliyle türetilmiştir. Bu yöntemin bir gereği olarak, denklem sayısı ile bilinmeyen sayısını eşitlemek için  $N+1$ 'inci hücredeki akının ve türevinin katkısı sıfır kabul edilmiştir; yani  $\Phi_{N+1}(x) = 0$  ve  $d\Phi_{N+1}(x)/dx = 0$ . Difüzyon mesafesi hesabı için  $P_1$  ve  $P_3$  yaklaşımlarının nasıl yapıldığı detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Her iki yaklaşımın neticesinde difüzyon mesafesi için elde edilen analitik ifadeler sırasıyla denklem (3.29) ve (3.37)'de verilmiştir. Ayrıca daha yüksek mertebeden yaklaşımların nasıl yapılabileceği ve bunlar sonucunda difüzyon mesafelerinin nasıl hesaplanacağı hakkında geniş bir açıklama yapılmıştır.

Birinci mertebeden yaklaşımlarda değil ancak daha yüksek mertebeden yaklaşımlarda üçüncü veya daha yüksek mertebeden diferansiyel denklemler elde

edilmektedir. Bu diferansiyel denklemler  $c$  cinsinden sabit katsayılar içermekte ve kökleri bize difüzyon mesafesi hakkında bilgi vermektedir. Şöyle ki; diferansiyel denklemlerin köklerini bulmak için eşdeğeri bir karakteristik denklem yazılmıştır. Bu karakteristik denklemin  $c < 1$  ve  $c > 1$  değerleri için kökleri incelendiğinde,  $c < 1$  için bütün köklerin reel ve  $\pm$  çiftler halinde olduğu görülmüştür. Bu köklerden en küçükünün tersinin mutlak değeri bize difüzyon mesafesini  $|L|$  vermektedir. En küçük kökün tersinin alınmasında, nötronların kaynaktan ne kadar uzağa gidebilecekleri önemli olduğundan, en büyük difüzyon mesafesini bulmak için en küçük kökün tersi alınmıştır.  $c > 1$  durumunda ise köklerden bir çiftinin sanal, diğerlerinin ise yine reel ve  $\pm$  çiftler halinde olduğu görülmüştür. Bu durumda difüzyon mesafesi, sanal kökün tersinin mutlak değeri alınarak  $|iL|$  hesaplanmıştır.  $P_N$  yöntemi ile  $c < 1$  ve  $c > 1$  değerleri için hesaplanan difüzyon mesafeleri çizelgelerde verilmiştir. Ayrıca bu hesaplamaların aynısı Durmaz tarafından daha önce yapılmış ve aynı sonuçları bulduğumuz görülmüştür (Durmaz, 2019).

Bu tez çalışmasının ikinci kısmında, çalışmaya çok önemli bir *özgün değer* kazandıran *daha önce herhangi bir çalışmada yapılmamış* yüksek mertebeden ikinci tip Chebyshev polinomları ( $U_N$ ) yaklaşımı kullanılarak bir boyutlu dilim geometride transport denklemi difüzyon mesafesi problemi için çözülmüştür. Denklemin çözümü sırasında kullanılan yöntem Legendre polinomları ile çözümde kullanılan yöntem ile aynıdır. Bu yaklaşımda, nötron açılal akısı denklem (3.42)'de verilen şekliyle seriye açılmış ve denklem (3.18)'de ifade edilen transport denkleminde yerine yazılmıştır. Daha sonra, ikinci tip Chebyshev polinomları için denklem (3.40)'da verilen tekrarlama bağıntısı ve denklem (3.41)'de verilen diklik bağıntısı kullanılarak denklem (3.45)'deki  $U_N$  moment denklemleri en genel haliyle türetilmiştir. Yine bu yöntemde de denklem sayısı ile bilinmeyen sayısını eşitlemek için  $N+1$ 'inci hücredeki akının ve türevinin katkısı sıfır kabul edilmiştir; yani  $\Phi_{N+1}(x) = 0$  ve  $d\Phi_{N+1}(x)/dx = 0$ . Difüzyon mesafesi hesabı için  $U_1$  ve  $U_3$  yaklaşımlarının nasıl yapıldığı detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Her iki yaklaşımın neticesinde difüzyon mesafesi için elde edilen analitik ifadeler sırasıyla denklem (3.48) ve (3.54)'de verilmiştir. Ayrıca daha yüksek mertebeden yaklaşımların nasıl yapılabileceği ve bunlar sonucunda difüzyon mesafelerinin nasıl hesaplanacağı hakkında geniş bir açıklama yapılmıştır.

Bu yöntemde de  $P_N$  yönteminde izlenen yolun aynısı uygulanmıştır. Akı moment denklemlerini veren diferansiyel denklemlerin köklerini bulmak için eşdeğeri bir karakteristik denklem yazılmıştır ve bu karakteristik denklemin  $c < 1$  ve  $c > 1$  değerleri için kökler hesaplanmıştır.  $U_N$  yöntemiyle bulunan kökler de  $P_N$  yöntemi kullanılarak bulunan köklerle aynı profile sahiptir.  $c < 1$  için bulunan köklerin en küçüğünün tersinin mutlak değeri alınarak difüzyon mesafesini  $|L|$  bulunmuştur.  $c > 1$  durumunda ise sanal kökün tersinin mutlak değeri alınarak difüzyon mesafesi  $|iL|$  hesaplanmıştır.  $U_N$  yöntemi ile  $c < 1$  ve  $c > 1$  değerleri için hesaplanan difüzyon mesafeleri çizelgelerde verilmiştir.

Nötron difüzyon denkleminin çözümünde  $c$ 'nin 1'e yakın değerleri daha fazla önem arz ediyor olsa da,  $c$ 'nin 1'den uzak küçük ve büyük değerleri için de difüzyon mesafesi hesaplamaları yapılmış ve bulunan sonuçlara çizelgelerde yer verilmiştir. Çizelge 4.1 ve çizelge 4.2'de  $0,00 \leq c \leq 0,99$  için sırasıyla  $P_N$  ve  $U_N$  yöntemleri kullanılarak elde edilen difüzyon mesafeleri verilirken, çizelge 4.3 ve çizelge 4.4'de  $1,01 \leq c \leq 2,00$  için yine sırasıyla  $P_N$  ve  $U_N$  yöntemleri kullanılarak elde edilen difüzyon mesafeleri verilmiştir. Bütün bu hesaplamalar, transport teorisinde yeterince uygun bir yaklaşım mertebesi olarak kabul gören 9. mertebe yaklaşımına kadar yapılmıştır. Ayrıca bu çizelgelerde verilen difüzyon mesafelerinin çarpışma parametresi  $c$ 'ye bağlı değişimini gösteren grafikler Şekil 4.1, 4.2, 4.3 ve 4.4'te gösterilmiştir.

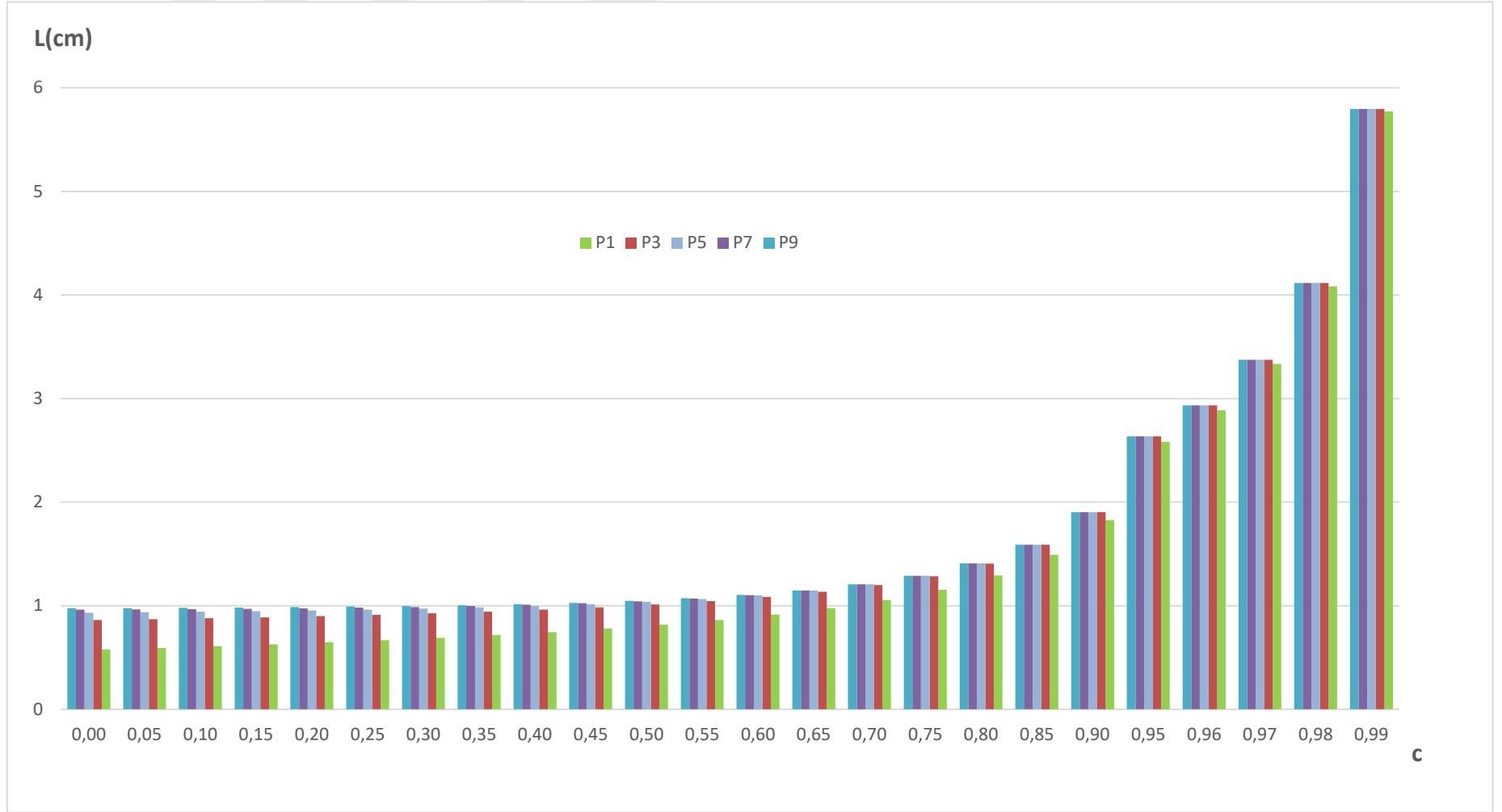
Bu çalışmaya özgün değer kazandıran ikinci tip Chebyshev polinomları ( $U_N$ ) yaklaşımı kullanılarak elde edilen difüzyon mesafelerinin, transport teorisinde konvansiyonel bir yöntem olan ve çoğunlukla sonuçları referans kabul edilen Legendre polinomları ( $P_N$ ) yöntemi ile karşılaştırılması yeterli görülebilir. Ancak,  $U_N$  yönteminin etkinliğini belki de en çarpıcı şekilde ortaya koymak için çizelge 4.5 ve 4.6'da sırasıyla  $c < 1$  ve  $c > 1$  için  $P_N$  ve  $U_N$  yaklaşımlarıyla elde edilen sonuçlarla beraber literatürde yer alan ve farklı yöntemler ile elde edilen çözümlerin sonuçlarına da yer verilmiştir. Bu yöntemler, değişken dönüşümü yöntemi ile elde edilen tam sonuçlar (Bell ve Glasstone, 1970), Case yöntemi kullanılarak elde edilen ikincil yaklaşım sonuçları (Bell ve Glasstone, 1970), genel difüzyon teorisi kullanılarak elde edilen difüzyon teorisi sonuçları (Bell ve Glasstone, 1970) ve birinci tip Chebyshev

polinomları  $T_N$  yöntemi (Durmaz, 2019) kullanılarak elde edilen sonuçlardır. Son olarak, bu çalışmada kullanılan  $U_N$  yönteminin etkinliğini farklı bir şekilde göstermek için şekil 4.5 ve 4.6’da literatürde var olan difüzyon mesafesi değerleriyle birlikte grafikleri verilmiştir.



Çizelge 4.1.  $P_N$  yöntemi kullanılarak  $0,00 \leq c \leq 0,99$  için elde edilen difüzyon mesafeleri

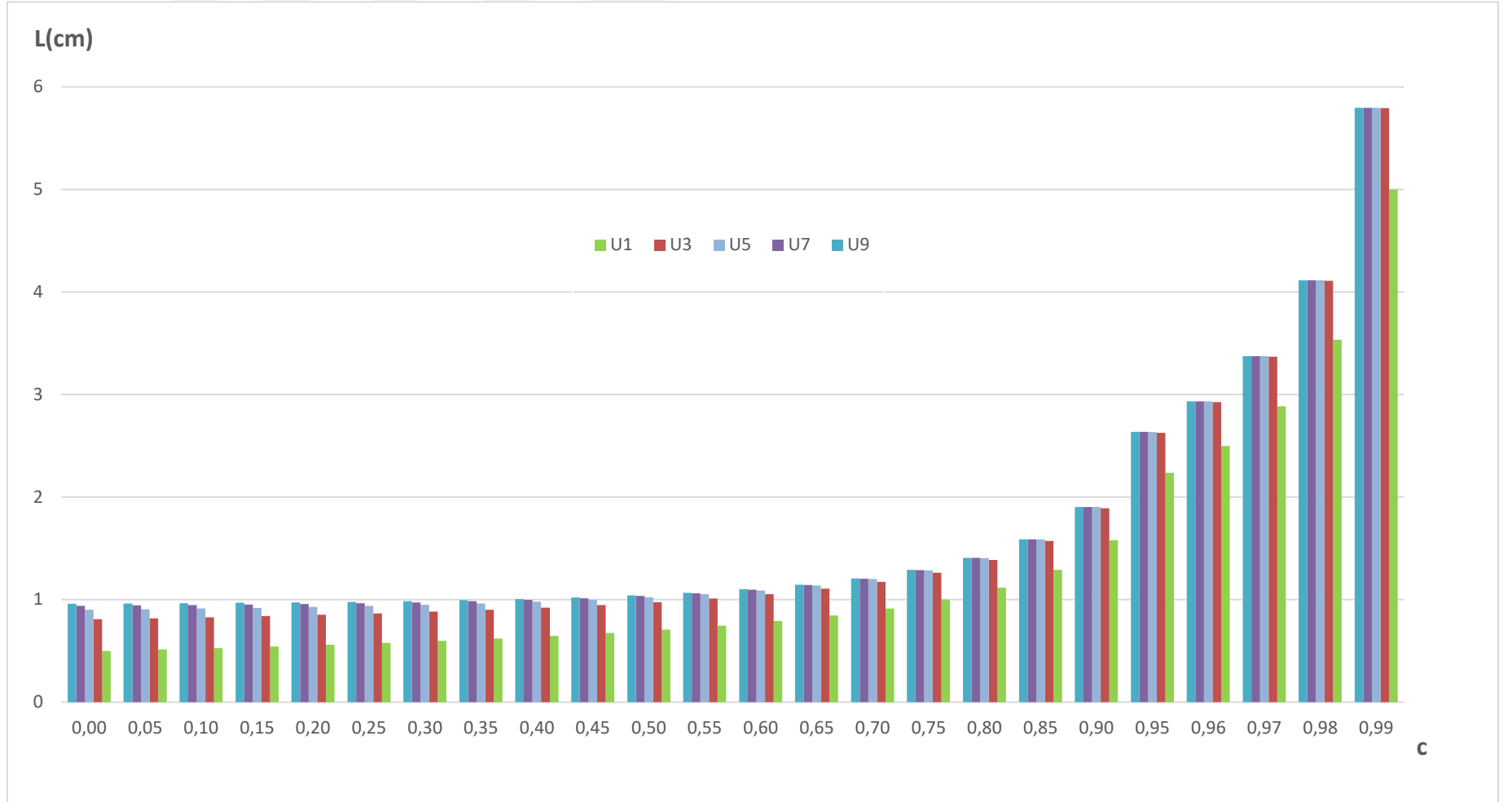
$c$	$P_1$	$P_3$	$P_5$	$P_7$	$P_9$
0,99	5,77350	5,79673	5,79673	5,79673	5,79673
0,98	4,08248	4,11551	4,11552	4,11552	4,11552
0,97	3,33333	3,37401	3,37403	3,37403	3,37403
0,96	2,88675	2,93398	2,93402	2,93402	2,93402
0,95	2,58199	2,63507	2,63515	2,63515	2,63515
0,90	1,82574	1,90273	1,90320	1,90320	1,90322
0,85	1,49071	1,58720	1,58854	1,58856	1,58862
0,80	1,29100	1,40474	1,40755	1,40763	1,40777
0,75	1,15470	1,28423	1,28920	1,28945	1,28973
0,70	1,05409	1,19831	1,20615	1,20675	1,20726
0,65	0,97590	1,13389	1,14530	1,14654	1,14740
0,60	0,91287	1,08385	1,09943	1,10170	1,10308
0,55	0,86066	1,04392	1,06416	1,06788	1,07003
0,50	0,81650	1,01138	1,03662	1,04223	1,04540
0,45	0,77850	0,98440	1,01484	1,02270	1,02711
0,40	0,74536	0,96172	0,99740	1,00773	1,01357
0,35	0,71611	0,94242	0,98329	0,99619	1,00351
0,30	0,69007	0,92582	0,97174	0,98720	0,99597
0,25	0,66667	0,91141	0,96218	0,98011	0,99023
0,20	0,64550	0,89880	0,95419	0,97444	0,98580
0,15	0,62622	0,88769	0,94744	0,96985	0,98231
0,10	0,60858	0,87783	0,94169	0,96608	0,97952
0,05	0,59235	0,86903	0,93675	0,96293	0,97724
0,00	0,57735	0,86114	0,93247	0,96029	0,97536



Şekil 4.1.  $P_N$  yöntemi kullanılarak  $0,00 \leq c \leq 0,99$  için elde edilen difüzyon mesafeleri

Çizelge 4.2.  $U_N$  yöntemi kullanılarak  $0,00 \leq c \leq 0,99$  için elde edilen difüzyon mesafeleri

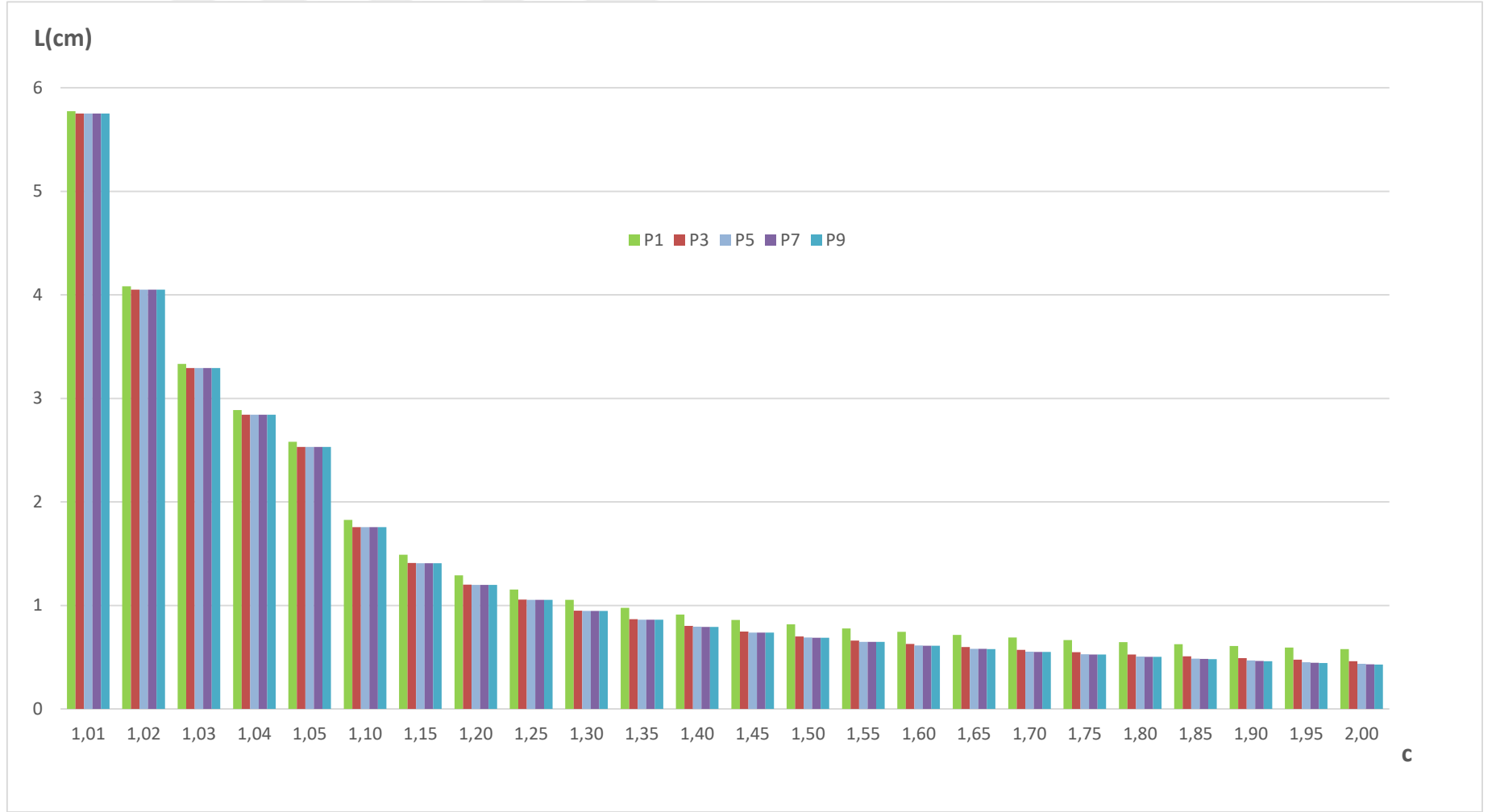
$c$	$U_1$	$U_3$	$U_5$	$U_7$	$U_9$
0,99	5,00000	5,79343	5,79671	5,79672	5,79673
0,98	3,53553	4,11077	4,11547	4,11550	4,11552
0,97	2,88675	3,36810	3,37394	3,37400	3,37403
0,96	2,50000	2,92705	2,93387	2,93397	2,93402
0,95	2,23607	2,62721	2,63493	2,63508	2,63515
0,90	1,58114	1,89082	1,90252	1,90299	1,90320
0,85	1,29099	1,57169	1,58715	1,58811	1,58854
0,80	1,11803	1,38587	1,40518	1,40684	1,40759
0,75	1,00000	1,26217	1,28556	1,28817	1,28935
0,70	0,91287	1,17321	1,20095	1,20480	1,20654
0,65	0,84515	1,10591	1,13826	1,14370	1,14615
0,60	0,79057	1,05315	1,09033	1,09770	1,10106
0,55	0,74536	1,01066	1,05283	1,06250	1,06697
0,50	0,70711	0,97572	1,02298	1,03525	1,04104
0,45	0,67420	0,94651	0,99887	1,01398	1,02127
0,40	0,64550	0,92175	0,97917	0,99724	1,00615
0,35	0,62017	0,90051	0,96289	0,98397	0,99454
0,30	0,59761	0,88211	0,94931	0,97336	0,98556
0,25	0,57735	0,86603	0,93787	0,96478	0,97854
0,20	0,55902	0,85187	0,92816	0,95778	0,97299
0,15	0,54233	0,83931	0,91984	0,95201	0,96855
0,10	0,52705	0,82811	0,91266	0,94719	0,96494
0,05	0,51299	0,81807	0,90643	0,94314	0,96197
0,00	0,50000	0,80902	0,90097	0,93969	0,95949



Şekil 4.2.  $U_N$  yöntemi kullanılarak  $0,00 \leq c \leq 0,99$  için elde edilen difüzyon mesafeleri

Çizelge 4.3.  $P_N$  yöntemi kullanılarak  $1,01 \leq c \leq 2,00$  için elde edilen difüzyon mesafeleri

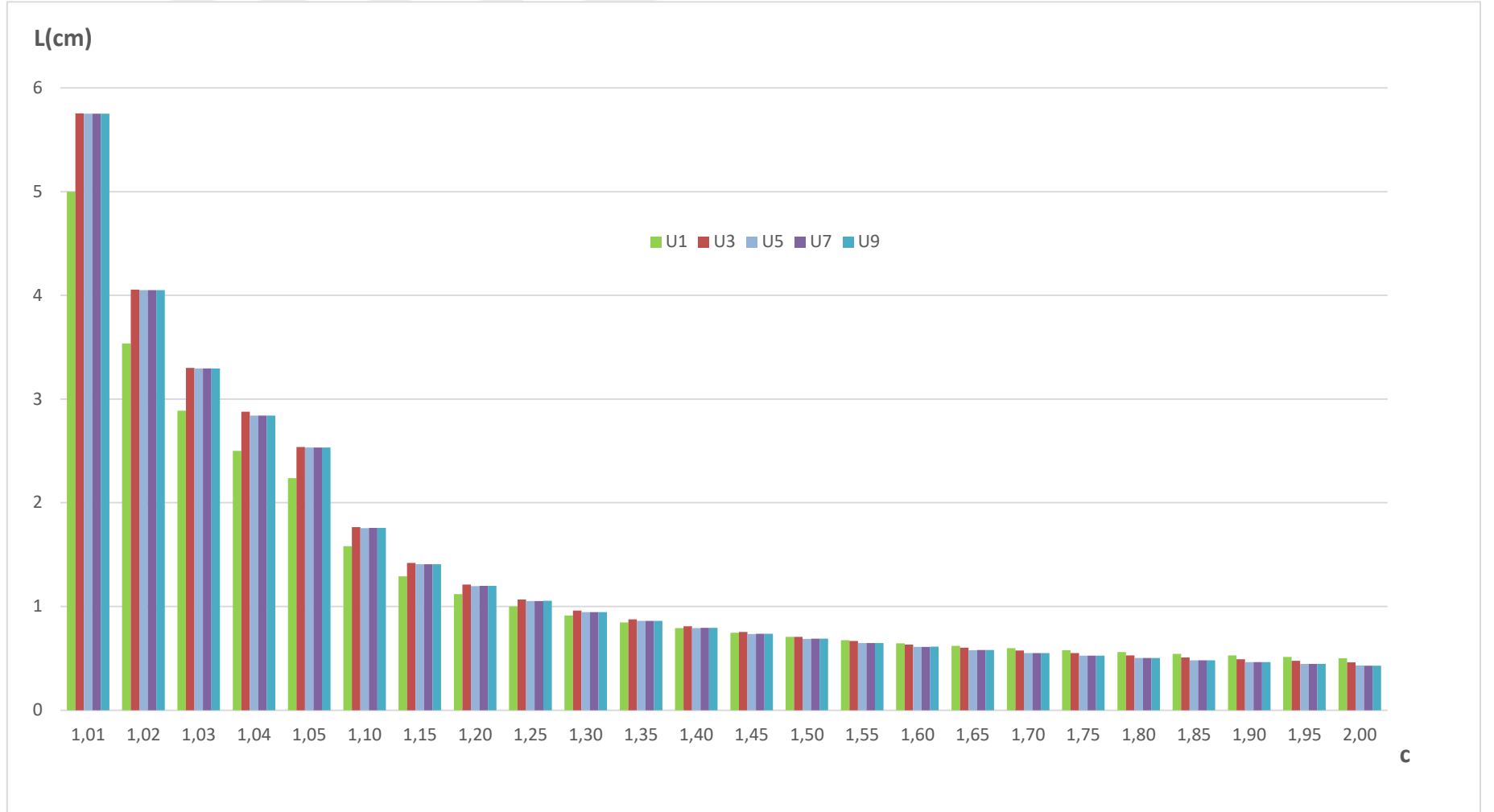
$c$	$P_1$	$P_3$	$P_5$	$P_7$	$P_9$
1,01	5,77350	5,75054	5,75054	5,75054	5,75054
1,02	4,08248	4,05020	4,05019	4,05019	4,05019
1,03	3,33333	3,29403	3,29400	3,29401	3,29401
1,04	2,88675	2,84164	2,84159	2,84159	2,84159
1,05	2,58199	2,53185	2,53178	2,53178	2,53178
1,10	1,82574	1,75703	1,75665	1,75665	1,75664
1,15	1,49071	1,40930	1,40832	1,40831	1,40828
1,20	1,29099	1,20016	1,19830	1,19827	1,19821
1,25	1,15470	1,05668	1,05367	1,05359	1,05351
1,30	1,05409	0,95054	0,94616	0,94601	0,94703
1,35	0,97590	0,86808	0,86217	0,86190	0,86174
1,40	0,91287	0,80178	0,79422	0,79379	0,79359
1,45	0,86066	0,74711	0,73784	0,73719	0,73694
1,50	0,81650	0,70113	0,69011	0,68921	0,68889
1,55	0,77850	0,66184	0,64907	0,64787	0,64748
1,60	0,74536	0,62783	0,61336	0,61179	0,61133
1,65	0,71611	0,59807	0,58194	0,57998	0,57942
1,70	0,69007	0,57178	0,55407	0,55168	0,55102
1,75	0,66667	0,54836	0,52917	0,52630	0,52552
1,80	0,64550	0,52736	0,50676	0,50340	0,50249
1,85	0,62622	0,50841	0,48650	0,48262	0,48157
1,90	0,60858	0,49120	0,46808	0,46366	0,46246
1,95	0,59235	0,47551	0,45126	0,44630	0,44493
2,00	0,57735	0,46112	0,43585	0,43034	0,42878



Şekil 4.3  $P_N$  yöntemi kullanılarak  $1,01 \leq c \leq 2,00$  için elde edilen difüzyon mesafeleri

Çizelge 4.4.  $U_N$  yöntemi kullanılarak  $1,01 \leq c \leq 2,00$  için elde edilen difüzyon mesafeleri

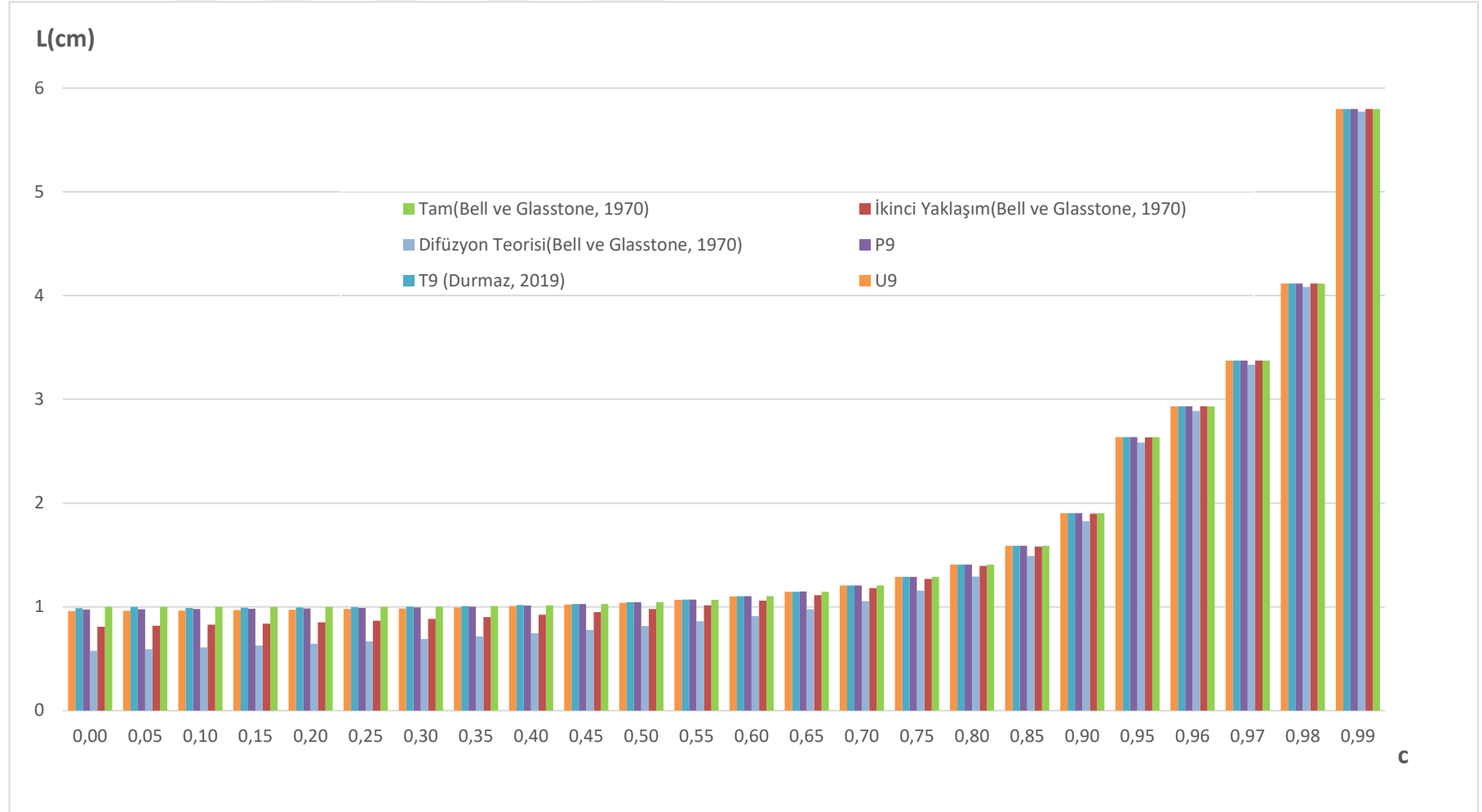
$c$	$U_1$	$U_3$	$U_5$	$U_7$	$U_9$
1,01	5,00000	5,75373	5,75052	5,75053	5,75054
1,02	3,53553	4,05464	4,05014	4,05018	4,05019
1,03	2,88675	3,29937	3,29392	3,29398	3,29401
1,04	2,50000	2,87769	2,84147	2,84156	2,84159
1,05	2,23607	2,53850	2,53161	2,53173	2,53178
1,10	1,58114	1,76555	1,75620	1,75653	1,75665
1,15	1,29099	1,41866	1,40756	1,40809	1,40830
1,20	1,11803	1,20976	1,19723	1,19796	1,19825
1,25	1,00000	1,06612	1,05229	1,05321	1,05357
1,30	0,91287	0,95954	0,94448	0,94555	0,94597
1,35	0,84515	0,87646	0,86018	0,86139	0,86183
1,40	0,79057	0,80942	0,79195	0,79320	0,79364
1,45	0,74536	0,75393	0,73527	0,73654	0,73706
1,50	0,70711	0,70711	0,68725	0,68849	0,68902
1,55	0,67420	0,66697	0,64595	0,64709	0,64761
1,60	0,64550	0,63212	0,60996	0,61095	0,61146
1,65	0,62017	0,60156	0,57828	0,57908	0,57955
1,70	0,59761	0,57450	0,55016	0,55071	0,55113
1,75	0,57735	0,55036	0,52501	0,52527	0,52563
1,80	0,55902	0,52869	0,50238	0,50231	0,50258
1,85	0,54233	0,50910	0,48189	0,48146	0,48163
1,90	0,52705	0,49131	0,46326	0,46244	0,46250
1,95	0,51299	0,47508	0,44625	0,44501	0,44494
2,00	0,50000	0,46020	0,43065	0,42897	0,42877



Şekil 4.4.  $U_N$  yöntemi kullanılarak  $1,01 \leq c \leq 2,00$  için elde edilen difüzyon mesafeleri

Çizelge 4.5.  $P_N$  ve  $U_N$  yöntemleri ile  $0,00 \leq c \leq 0,99$  için elde edilen difüzyon mesafelerinin literatürdeki değerlerle karşılaştırılması

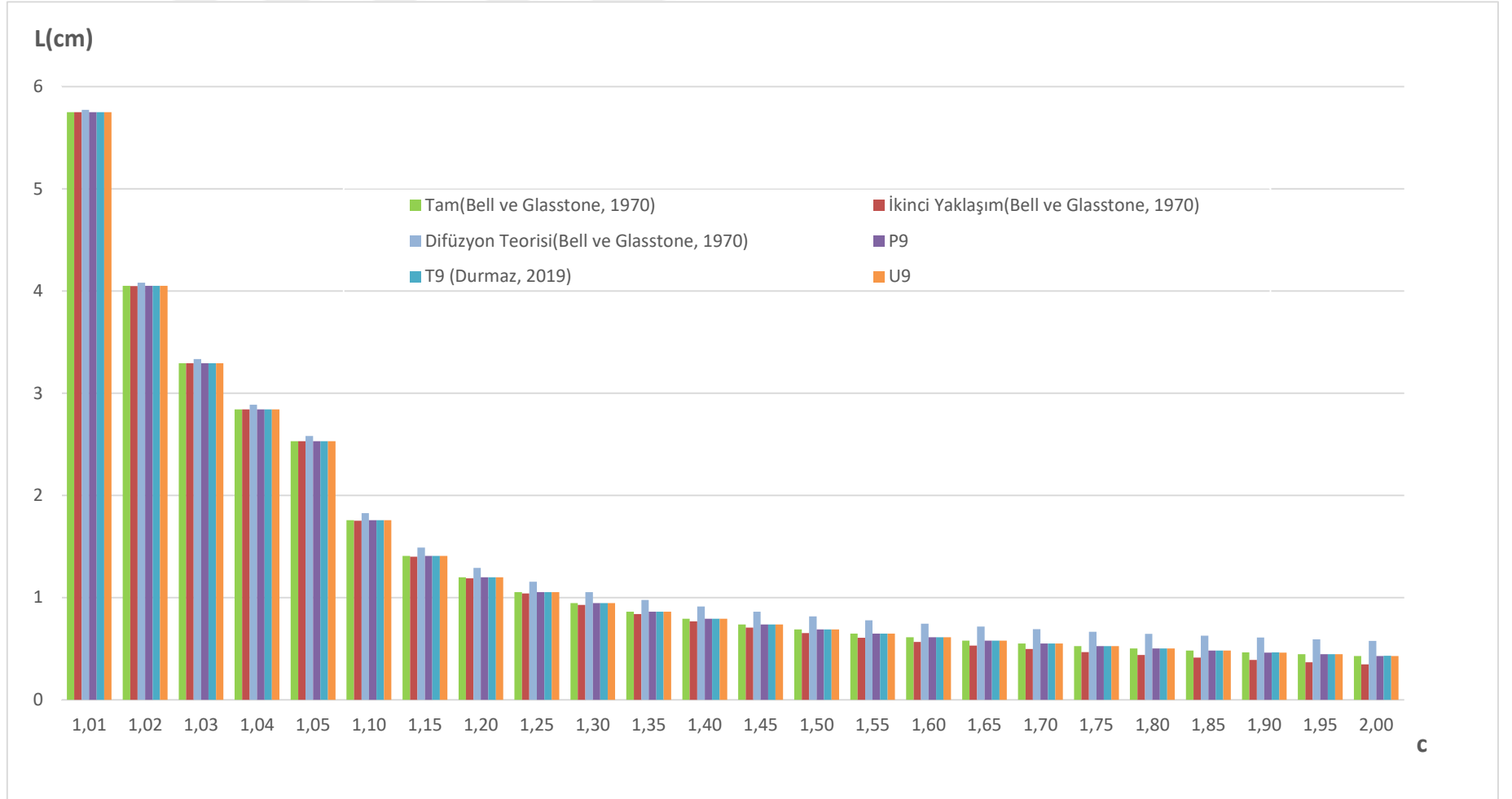
$c$	Tam (Bell ve Glasstone, 1970)	İkinci Yaklaşım (Bell ve Glasstone, 1970)	Difüzyon Teorisi (Bell ve Glasstone, 1970)	$P_9$	$T_9$ (Durmaz, 2019)	$U_9$ (Bu çalışma)
0,99	5,79673	5,79660	5,77350	5,79673	5,79673	5,79673
0,98	4,11552	4,11514	4,08248	4,11552	4,11552	4,11552
0,97	3,37403	3,37333	3,33333	3,37403	3,37403	3,37403
0,96	2,93402	2,93293	2,88675	2,93402	2,93402	2,93402
0,95	2,63515	2,63363	2,58199	2,63515	2,63515	2,63515
0,90	1,90320	1,89877	1,82574	1,90322	1,90321	1,90320
0,85	1,58856	1,58015	1,49071	1,58862	1,58856	1,58854
0,80	1,40763	1,39427	1,29099	1,40777	1,40765	1,40759
0,75	1,28946	1,27017	1,15470	1,28973	1,28950	1,28935
0,70	1,20680	1,18058	1,05409	1,20726	1,20690	1,20654
0,65	1,14670	1,11253	0,97590	1,14740	1,14691	1,14615
0,60	1,10213	1,05893	0,91287	1,10308	1,10257	1,10106
0,55	1,06891	1,01558	0,86066	1,07003	1,06971	1,06697
0,50	1,04438	0,97980	0,81650	1,04540	1,04566	1,04104
0,45	1,02672	0,94977	0,77850	1,02711	1,02841	1,02127
0,40	1,01459	0,92424	0,74536	1,01357	1,01628	1,00615
0,35	1,00688	0,90230	0,71611	1,00351	1,00783	0,99454
0,30	1,00259	0,88328	0,69007	0,99597	1,00189	0,98556
0,25	1,00067	0,86667	0,66667	0,99023	0,99763	0,97854
0,20	1,00009	0,85206	0,64550	0,98580	0,99451	0,97299
0,15	1,00000	0,83914	0,62622	0,98231	0,99214	0,96855
0,10	1,00000	0,82767	0,60858	0,97952	0,99031	0,96494
0,05	1,00000	0,81744	0,59235	0,97724	0,99886	0,96197
0,00	1,00000	0,80829	0,57735	0,97536	0,98769	0,95949



Şekil 4.5.  $P_N$  ve  $U_N$  yöntemleri ile  $0,00 \leq c \leq 0,99$  için elde edilen difüzyon mesafelerinin literatürdeki değerlerle karşılaştırılması

Çizelge 4.6.  $P_N$  ve  $U_N$  yöntemleri ile  $1,01 \leq c \leq 2,00$  için elde edilen difüzyon mesafelerinin literatürdeki değerlerle karşılaştırılması

$c$	Tam (Bell ve Glasstone, 1970)	İkinci Yaklaşım (Bell ve Glasstone, 1970)	Difüzyon Teorisi (Bell ve Glasstone, 1970)	$P_9$	$T_9$ (Durmaz, 2019)	$U_9$ (Bu çalışma)
1,01	5,75054	5,75041	5,77350	5,75054	5,75054	5,75054
1,02	4,05019	4,04982	4,08248	4,05019	4,05019	4,05019
1,03	3,29401	3,29333	3,33333	3,29401	3,29401	3,29401
1,04	2,84159	2,84056	2,88675	2,84159	2,84159	2,84159
1,05	2,53178	2,53035	2,58199	2,53178	2,53178	2,53178
1,10	1,75665	1,75271	1,82574	1,75664	1,75665	1,75665
1,15	1,40831	1,40127	1,49071	1,40828	1,40831	1,40830
1,20	1,19827	1,18771	1,29099	1,19821	1,19827	1,19825
1,25	1,05359	1,03923	1,15470	1,05351	1,05360	1,05357
1,30	0,94600	0,92761	1,05409	0,94703	0,94601	0,94597
1,35	0,86188	0,83927	0,97590	0,86174	0,86190	0,86183
1,40	0,79377	0,76681	0,91287	0,79359	0,79378	0,79364
1,45	0,73715	0,70574	0,86066	0,73694	0,73717	0,73706
1,50	0,68913	0,65320	0,81650	0,68889	0,68916	0,68902
1,55	0,64775	0,60723	0,77850	0,64748	0,64779	0,64761
1,60	0,61162	0,56647	0,74536	0,61133	0,61168	0,61146
1,65	0,57973	0,52993	0,71611	0,57942	0,57981	0,57955
1,70	0,55134	0,49685	0,69007	0,55102	0,55144	0,55113
1,75	0,52584	0,46667	0,66667	0,52552	0,52599	0,52563
1,80	0,50281	0,43894	0,64550	0,50249	0,50299	0,50258
1,85	0,48187	0,41331	0,62622	0,48157	0,48211	0,48163
1,90	0,46273	0,38949	0,60858	0,46246	0,46303	0,46250
1,95	0,44517	0,36726	0,59235	0,44493	0,44554	0,44494
2,00	0,42898	0,34641	0,57735	0,42878	0,42943	0,42877



Şekil 4.6.  $P_N$  ve  $U_N$  yöntemleri ile  $1,01 \leq c \leq 2,00$  için elde edilen difüzyon mesafelerinin literatürdeki değerlerle karşılaştırılması

## 5. SONUÇ

Ülkelerin hızla artan enerji ihtiyaçlarını karşılamak için buldukları çözümler arasında nükleer enerji en olası ve güçlü alternatif olarak bulunmaktadır. Enerjide, verimlilik ve sürdürülebilirliğin önemi açısından nükleer enerji diğer kaynaklardan elde edilen enerjilere göre ciddi değer kazanmaktadır. Nükleer enerjiye olan talebin artması da nükleer enerji teknolojilerinin gelişmesi ve nükleer araştırmaların artmasında başlıca nedenlerdendir. Nükleer reaktörlerin geliştirilmesi de bu teknolojik değişim ve AR-GE çalışmalarının ışığında ilk sıralarda yer almaktadır.

Nükleer reaktörlerin tasarımlarında birçok kriter vardır; ancak bunların içindeki en önemlisi yakıtların en verimli şekilde kullanılmasıdır. Yakıtların en verimli şekilde kullanılması için yakıtlar ile reaksiyona girecek olan nötronların reaktör içerisinde davranışlarını çözümlenmesi gerekmektedir. Bu nötronların reaktör içerisindeki davranışlarının çözümleri için ise nötron transport denkleminin çok dikkatli bir şekilde incelenmesi, sınır koşullarının belirlenmesi ve ardından gerçek sistemi en iyi taklit edecek şekilde çözümlenmesi ile sağlanmaktadır.

Nötron transport denkleminin geliştirilmesinden önce ve sonrasında da reaktör tasarımlarında difüzyon hesaplamaları yaygın olarak kullanılmaktadır. Başka bir ifadeyle difüzyon yaklaşımı, bugün bile hala bir reaktörün ilk tasarımı esnasında ve sonrasında kullanılmaktadır. Difüzyon mesafesi, difüzyon katsayısı ve uzatılmış mesafe çözümleri reaktör tasarımında ilk hesaplamalar için önem arz etmekte ve kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, nükleer reaktörlerin tasarımlarında kullanılan difüzyon mesafesi problemi çözülmüştür. Çözüm sırasında nükleer reaktör ortamında bulunan nötronların eşit enerjiye sahip oldukları varsayılmıştır. Denklemin çözümünde geleneksel olarak bilinen Legendre polinomları yöntemi ( $P_N$ ) ve çalışmaya özgün değer katan ikinci tip Chebyshev polinomları ( $U_N$ ) yöntemi kullanılmıştır.

Öncelikle  $P_N$  yöntemi kullanılarak homojen tek boyutlu dilim geometride, kaynağın olmadığı ortamda nötron transport denklemini difüzyon problemi için çözümlenmiş

ve daha sonra aynı denklem  $U_N$  yöntemi kullanılarak da çözümlenmiştir. Her iki yöntemle yapılan çözümlerde bundan önceki çalışmalarda olduğu gibi sadece birinci mertebe yaklaşımlar yapılmamış, bunun yanı sıra yüksek mertebeden yaklaşımlar da yapılmıştır. Böylece, izotropik saçılmalı bir ortamda farklı  $c$  parametreleri için difüzyon mesafesi hesaplamaları yapılmıştır. Her ne kadar difüzyon denkleminin çözümlerinde elde edilen sonuçlar  $c$ 'nin 1'e yakın değerlerinde anlamlı ve geçerli olsa da bu çalışmada  $c$ 'nin değer alacağı 1'e aşağıdan ve yukarıdan yaklaşımlar yapılarak  $0,00 \leq c \leq 0,99$  ve  $1,01 \leq c \leq 2,00$  olarak seçilmiştir.

Bulgular ve tartışmalar bölümünde yer alan çizelgeler incelendiğinde,  $c$  değeri 1'den uzaklaştıkça difüzyon mesafesinin azalmakta 1'e yakın değerlerde ise artmakta olduğu gözlenmektedir. Çizelge 4.1'de  $0,00 \leq c \leq 0,99$  değerleri için  $P_N$  yöntemi kullanılarak 1. 3. 5. 7. ve 9. mertebeye kadar yapılan yaklaşımlar sonucu elde edilen difüzyon mesafesi hesaplamaları verilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde  $c$  değerlerinin 1'e yaklaştığı durumlarda difüzyon mesafesinin artmakta, 1'den uzaklaştıkça difüzyon mesafesi azalmakta olduğu görülmektedir. Çizelge 4.2'de  $U_N$  yöntemi kullanılarak  $0,00 \leq c \leq 0,99$  için 1. 3. 5. 7. ve 9. mertebeye kadar bulunan difüzyon mesafesi sonuçları verilmiştir. Buradaki sonuçlar da tıpkı  $P_N$  yöntemi ile elde edilen sonuçlarla aynı davranışı sergilemektedir.  $c$ 'nin 1'e yakın değerlerinde difüzyon mesafesi artmakta 1'den uzak değerlerinde ise difüzyon mesafesi azalmaktadır. Çizelge 4.3 ve 4.4'de sırasıyla  $P_N$  ve  $U_N$  yöntemleri kullanılarak  $0,01 \leq c \leq 2,00$  için 1. 3. 5. 7. ve 9. mertebeye kadar difüzyon mesafesi hesaplamaları yapılmış ve elde edilen sonuçlar verilmiştir. Bu çizelgelerde de,  $c$ 'nin 1'e yakın ve 1'den uzak değerlerinde difüzyon mesafesinin beklendiği gibi aynı davranışı sergilediği görülmektedir.

Çizelge 4.5 ve 4.6'da sırasıyla  $0,00 \leq c \leq 0,99$  ve  $1,01 \leq c \leq 2,00$  için  $P_N$  ve  $U_N$  yöntemlerinin yanı sıra literatürde yer alan diğer yöntemler kullanılarak elde edilen difüzyon mesafesi sonuçları kıyaslama amacıyla verilmiştir. Bu kıyaslanmadan, çalışmaya özgün değer katan  $U_N$  yönteminin literatürde yer alan diğer çözüm yöntemleri ile sonuçların karşılaştırılması hedeflenmiştir. Sonuçlar karşılaştırıldığında  $U_N$  yöntemi ile elde edilen sonuçların tam sonuçlara daha yakın hatta birebir aynı olduğu görülmektedir. Örneğin, Çizelge 4.5'de  $c = 0,90$  değeri için

tam sonuç 1,90320 iken,  $P_N$  yöntemi ile elde edilen sonuç 1,90322,  $T_N$  yöntemi ile elde edilen sonuç 1,90321'dir. Ancak aynı  $c$  değeri için  $U_N$  yöntemi ile elde edilen sonuç tam sonuca eşittir; yani 1,90320'dir. Bu örnekler  $c$ 'nin diğer değerleri için de çoğaltılabilir. Bu ve buna benzer örneklerde de görüleceği gibi tez çalışmasına özgün değer katmış olan  $U_N$  yöntemi kullanılarak elde edilen difüzyon mesafesi sonuçları tam sonuçlar ile birebir uyum içerisindedir.

Sonuç olarak, çizelgelerin tamamı incelenip analiz edildiğinde  $0,00 \leq c \leq 0,99$  ve  $1,01 \leq c \leq 2,00$  aralığında seçilen  $c$  değerleri için,  $U_N$  yöntemiyle elde edilen sonuçlar literatürde yer alan diğer çözüm yöntemleri ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırıldığında, tam sonuçlara ya birebir uymakta ya da en yakınsak değerler elde edilmektedir. Dolayısıyla mevcut ( $U_N$ ) yöntemin transport teorisi problemlerinin çözümünde çok iyi çalıştığı ve diğer problemlerin çözümlerinde de kullanılabilir olduğu söylenebilir.

## KAYNAKLAR

- Abramowitz, M. and Stegun, I. A. (Eds.). "Orthogonal Polynomials." Ch. 22 in Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, 9th printing. New York: Dover, pp. 771-802, 1972.
- Anlı, F., Yaşa, F., Güngör, S., General eigenvalue spectrum in a one-dimensional slab geometry transport equation, Nucl. Sci. and Eng., 150, 72-77, 2005.
- Anlı, F., Güngör, S., Yaşa, F., Öztürk, H., TN approximation to reflected slab and computation of the critical half thicknesses, J. Quant. Spectros. & Radia. Transfer, 101, 135-140, 2006a.
- Anlı, F., Güngör, S., Yaşa, F., Öztürk, H., TN approximation to neutron transport equation and application to critical slab problem, J. Quant. Spectros. Radia. Transfer, 71, 25-37, 2006b.
- Anlı, F., Güngör, S., Some useful properties of Legendre polynomials and its applications to neutron transport equation in slab geometry, Applied Mathematical Modelling, 31, 727-733, 2007.
- Aranson, R., Critical problems for bare and reflected slabs and spheres, Nucl. Sci. Eng., 86, 150-156, 1984.
- Arfken, G.B., Weber, H.J., Mathematical methods for physicists, Academic Press, London, 4. Edition, 974s., 1995.
- Barros, R.C., De, Larsen, E.W., A numerical method for one-group slab-geometry discrete ordinates problems with no spatial truncation error, Nucl. Sci. Eng., 104, 199-208, 1990.
- Bell, G.I., Glasstone, S., Nuclear Reactor Theory, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1970.
- Bülbül, A., Öztürk, H.,  $U_1$  and  $P_1$  approximations to neutron transport equation for diffusion length: Anisotropic, backward and forward scattering, Kerntechnik, 78(3), 2013.
- Brockmann, H., Comparison of different isotropic scattering techniques in neutron transport codes, Fusion Technology, Proc. 8th Symp., Netherlands, 17-21, 1974.
- Case, K.M., Zweifel, P.F., Linear transport theory, Addison-Wesley Publishing Company, London, 342s., 1967.

- Conkie, W.R., Polynomial approximations in neutron transport theory. Nucl. Sci. Eng. 6, 260, 1959.
- Davison, B., Neutron transport theory, Oxford University Press, London, 450s., 1958.
- Dahl, E.B., Sjöstrand, N.G., Extrapolation distance of spheres and of in finite slabs and cylinders for mono energetic neutrons scattering anisotropically, Ann. Nucl. Energy, 6(1), 7-12, 1979.
- Durmaz, B., Yüksek mertebeden 1. tip Chebyshev polinomları yaklaşımı ile tek hızlı nötronlar için dilim geometride difüzyon mesafesi hesaplanması, Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Osmaniye 82, 2019.
- Güleçyüz, M.Ç., Tezcan C., The FN Method For Anisotropic Scattering In Neutron Transport Theory: The Critical Slab Problem. Journal Of Quantitative Spectroscopy And Radiative Transfer, 309-313, 1996.
- Güleçyüz, M.Ç., Kaşkaş, A. Tezcan, C., The singular eigen function analysis of the third form transport equation using half-range orthogonality relations: the half-space problems, J. Quant. Spectros. Radia. Transfer., 70, 55-66, 2001.
- Hançerlioğulları, A., Monte Carlo simülasyon metodu ve mcnp kod sistemi, Kastamonu Eğitim Fakültesi Dergisi, 14(2), 545-556, 2006.
- Kamiuto, K., Seki, J., Study of the  $P_1$  approximation in an inverse scattering problem, J. Quant. Spectros. Radiat. Transfer., 37, 455-459, 1987.
- Kaşkaş, A., Tezcan, C., Güleçyüz, M.Ç., The solution of the third form transport equation using singular eigen functions: the slab and the sphere criticality problems, J. Quant. Spectros. Radia. Transfer., 66, 519-528, 2000.
- Kohut, P., Anisotropic eigenvalue spectrum calculations of the neutron transport operatör with low-order spatial expansion methods, Nucl. Sci. Eng., 115(4), 320-333, 1993.
- Lamarsh, J. R., Baratta, A., J., Introduction to nuclear engineering, Prentice Hall, Inc., Company, New Jersey, 2001.
- Lee, C.E., Dias, M.P., Analytical solutions to the moment transport equations-I; one-group one-region slab and sphere criticality, Ann. Nucl. Energy, 11, 515, 1984.
- Lewis, E.E., Miller, W.F.Jr., Computational methods of neutron transport, American Nuclear Society, USA, 401s., 1993.

- Mitsis, G.J., Transport solutions to them mono energetic critical problems, Argonne National Laboratory Report ANL-6787, 1963.
- Öztürk, H., Anlı, F., Güngör, S.,  $T_N$  method for the critical thickness of one-speed neutrons in a slab with for ward and back ward scattering, J. Quant. Spectros. Radia. Transfer, 102, 211-216, 2007a.
- Öztürk, H., Anlı, F., Güngör, S., Application of the  $U_N$  method to the reflected critical slab problem for one-speed neutrons with for ward and backward scattering, Kerntechnik, 72(1-2), 74-76, 2007b.
- Öztürk, H., The reflected critical slab problem for one-speed neutrons with strongly anisotropic scattering, Kerntechnik, 73(1-2), 66-74, 2008.
- Öztürk, H.  $U_N$  approximation to critical slab problem for one-speed neutrons with isotropic, forward and backward scattering, Kerntechnik, Vol. 75(5), 288- 291, 2010.
- Öztürk, H., Bülbül, A., Kara, A.,  $U_1$  approximation to neutron transport equation and calculation of the asymptotic relaxation length, Kerntechnik, 75(6),375-376, 2010.
- Öztürk, H., Modified  $U_N$  method for the reflected critical slab problem with forward and backward scattering, Kerntechnik, 76 (2), 142-145, 2011.
- Öztürk, H., The criticality calculations for one-speed neutrons in a reflected slab with anisotropic scattering using the modified  $U_N$  method, Kerntechnik, 77(6), 453-457, 2012.
- Öztürk, H., Anlı, F., Diffusion approxiamtion for certain scattering parameters of the Anlı-Güngör phase function, Kerntechnik, 77-5, 375-376, 2012.
- Öztürk, H., The effect of strongly anisotropic scattering on the critical size of a slab in one-speed neutron transport theory: modified UN method, Ann. Nucl. Eng., 65, 24-29, 2014.
- Sahni, D.C., Dahl, E.B., Sjöstrand, N.G., Behaviour of criticality eigen values of one-speed transport operatör with linearly anisotropic scattering, Ann. Nucl. Energy, 24, 135-145, 1997.
- Shepley L. Ross, Differential Equations, John Wiley & Sons, New York, 1985
- Spanier, J., Gelbard, E.M., Monte carlo principles and neutron transport problems, Dover Publications, New York, 1969.

- Tezcan, C., Akgün, Y., Erdoğan, F.,  $c > 1$  değerleri için HN yönteminin Milne problemine uygulanması, 22. Fizik Kongresi, Bodrum/Türkiye, Eylül 2004.
- Tıraş, M., Öztürk, H., Bülbül, A.,  $T_1$  and  $U_1$  approximations to neutron transport equation in one dimensional spherical geometry, Kerntechnik, 79(2), 163-166, 2014.
- Yapar, A.Ş., Öztürk, H., Alternative scattering kernels for the first estimates of a reactor: diffusion length, Nuclear Science and Techniques, 29(37), 1-6, 2018.
- Yıldız, C., Variation of the critical slab thickness with the degree of strongly anisotropic scattering in one-speed neutron transport theory, Ann. Nucl. Eng., 25(8), 529-540, 1998.
- Williams, M.M.R., Mathematical methods in particle transport theory, Butter worths, London, 442s., 1971.

## ÖZGEÇMİŞ

- 1. Adı Soyadı** : Ahmet TUĞRALI  
**2. Doğum Tarihi** :  
**3. Unvanı** : Enerji Sistemleri Mühendisi  
**4. Öğrenim Durumu** : Lisans

Derece	Bölüm/Program	Üniversite	Bitirme Yılı
Lisans	Enerji Sistemleri Mühendisi	Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi	2015
Yüksek Lisans	Fizik	Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü	2021

### 5. İş Tecrübesi:

Görev Unvanı	Görev Yeri	Yıl
İlçe İşletme Mühendisi		2015
Arıza Koordinasyon Mühendisi		2016